SS 2010

Prof. Hansjörg Geiges
Dr. Kai Zehmisch

Funktionentheorie

Übungsblatt 1

Aufgabe 1. Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen

$$\frac{2}{i}\,, \quad \frac{2+3i}{5+7i}\,, \quad \frac{5-7i}{e^{i\varphi}}\,, \quad \frac{2i}{e^{3i}}\,, \quad \sqrt{-i}$$

(a) in der Form $x+iy$, mit $x, y \in \mathbb{R}$, und

(b) in der Form $re^{i\varphi}$, mit $r \geq 0$ reell und $\varphi \in [0, 2\pi)$.

Für eine komplexe Zahl $z \neq 0$ nennt man jeden Winkel φ, so daß $z = re^{i\varphi}$, ein **Argument** von z und schreibt $\varphi = \arg(z)$. Beachten Sie, daß φ nur bis auf Addition von ganzzahligen Vielfachen von 2π definiert ist. Man kann daher $\arg(z)$ *nicht* als Funktion von z ansehen!

Aufgabe 2. Seien ε, η positive reelle Zahlen und $a, b \in \mathbb{C}$ mit $a \neq b$. Skizzieren Sie die folgenden Mengen in der komplexen Ebene:

(a) $\{z \in \mathbb{C} \,:\, |z-a| \leq \varepsilon\}$,

(b) $\{z \in \mathbb{C} \,:\, \eta < |z-a| < \varepsilon\}$,

(c) $\{z \in \mathbb{C} \,:\, \mathrm{Im}(az) < 0\}$,

(d) $\{z \in \mathbb{C} \,:\, 0 < \arg(z) < \frac{\pi}{3}\}$,

(e) $\{z \in \mathbb{C} \,:\, |z-a| - |z-b| = \eta\}$.

Knobelaufgabe. Finden Sie die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:

$$\arg\left(\frac{z+i}{z-i}\right) = \frac{\pi}{2}\,, \qquad \arg\left(\frac{z+i}{z-i}\right) = \frac{\pi}{3}\,.$$

Abgabe: Donnerstag 15.04.10

Bis spätestens 14:00 Uhr in den Briefkasten im Keller des MI