SS 2011

Prof. Hansjörg Geiges
Dr. Kai Zehmisch

Differentialtopologie

Übungsblatt 7

Aufgabe 1. Bestimmen Sie den Fluß des Vektorfeldes $X(x) = x^2\partial_x$ auf $M = \mathbb{R}$. Zeigen Sie insbesondere, daß der Fluß auf

$$\{(x,t) \in M \times \mathbb{R}\colon\ |xt| < 1\}$$

definiert ist und nicht zu einem globalen Fluß erweitert.

Aufgabe 2. (a) Beschreiben Sie explizit einen Fluß auf S^2 mit genau zwei Fixpunkten und genau einer periodischen Flußlinie.

(b) Beschreiben Sie einen Fluß auf $\mathbb{R}P^2$ mit genau einem Fixpunkt und sonst nur periodischen Flußlinien.

(c) Beschreiben Sie einen fixpunktfreien Fluß auf S^{2n-1}.

Aufgabe 3. Für jedes $\lambda \in [0,1]$ sei ein Fluß

$$\Phi^{(\lambda)}\colon\ S^1 \times \mathbb{R} \longrightarrow S^1$$

gegeben, so daß die Abbildung

$$\begin{array}{ccccccc} [0,1] & \times & S^1 & \times & \mathbb{R} & \longrightarrow & S^1 \\ (\,\lambda & , & \theta & , & t\,) & \longmapsto & \Phi^{(\lambda)}(\theta,t) \end{array}$$

differenzierbar ist und $\Phi^{(1)}$ der rückwärts durchlaufene Fluß $\Phi^{(0)}$ ist, d.h. es gelte $\Phi^{(1)}(\theta,t) = \Phi^{(0)}(\theta,-t)$. Dann ist jedes $\theta \in S^1$ für ein geeignetes $\lambda \in [0,1]$ Fixpunkt von $\Phi^{(\lambda)}$.

Aufgabe 4. Sei M eine geschlossene Mannigfaltigkeit, und es seien $a, b \in \mathbb{R}$ reguläre Werte einer Funktion $f \in C^\infty(M)$. Dann gibt es eine kompakte berandete Mannigfaltigkeit W mit $\partial W = f^{-1}(a) \sqcup f^{-1}(b)$.

Bemerkung: Eine kompakte berandete Mannigfaltigkeit W mit Rand $\partial W = M_0 \sqcup M_1$ (wobei M_0 und M_1 jeweils mehrere Komponenten haben dürfen) heißt *Kobordismus* zwischen M_0 und M_1.

Abgabe: Montag 23.05.11
Bis spätestens 16:00 Uhr in den Briefkasten im Keller des MI