

Differentialtopologie

Übungsblatt 9

Aufgabe 1. Sei M eine Mannigfaltigkeit und

$$\Delta = \{(x, x) \in M \times M : x \in M\}$$

die Diagonale in $M \times M$.

- (a) Δ ist Untermannigfaltigkeit von $M \times M$.
- (b) Das Tangentialbündel $T\Delta$ ist bündeläquivalent zum Normalenbündel von Δ in $M \times M$.

Aufgabe 2. Man zeige, daß $D^n \times D^m$ — nach Glättung des Winkels als Mannigfaltigkeit mit Rand aufgefaßt — diffeomorph zu D^{n+m} ist.

Aufgabe 3. Sei (E, π, M) ein differenzierbares Vektorbündel. Dann gilt

$$TE \cong \pi^*E \oplus \pi^*TM.$$

Aufgabe 4. Konstruieren Sie eine Familie

$$f_\epsilon : [0, \infty) \longrightarrow [0, \infty)$$

von differenzierbaren Funktionen, $\epsilon \in (0, \infty)$, die differenzierbar von ϵ abhängen und folgende Eigenschaften haben:

- (i) $f_\epsilon(x) = x$ für $x \leq \frac{\epsilon}{2}$.
- (ii) $f_\epsilon(x)$ ist streng monoton wachsend in x .
- (iii) $f_\epsilon(x) \rightarrow \epsilon$ für $x \rightarrow \infty$.