

Funktionentheorie

Übungsblatt 12

Aufgabe 1. Zeigen Sie, daß die Abbildung $\hat{\mathbb{C}} \rightarrow \hat{\mathbb{C}}, z \mapsto 1/z$, Kreise und Geraden in Kreise oder Geraden abbildet.

Aufgabe 2. (a) Zeigen Sie, daß die Abbildung

$$z \mapsto \frac{z - i}{z + i}$$

die obere Halbebene $\{\operatorname{Im} z > 0\}$ biholomorph auf die offene Einheitskreisscheibe $D_1(0) = \{|z| < 1\}$ abbildet.

(b) Geben Sie explizit eine Abbildung an, die den Kreissektor

$$\left\{ z \in \mathbb{C} : z = re^{i\varphi} \text{ mit } 0 < r < 1 \text{ und } 0 < \varphi < \frac{\pi}{8} \right\}$$

biholomorph auf $D_1(0)$ abbildet.

Aufgabe 3. Folgern Sie aus dem Riemannschen Abbildungssatz, daß es eine biholomorphe Abbildung von $D_1(0) \setminus \{0\}$ auf die geschlitzte Ebene $\mathbb{C} \setminus [-1, 1]$ gibt.

Aufgabe 4.* Verifizieren Sie, daß die Abbildung

$$z \mapsto \frac{1}{2i} \left(z - \frac{1}{z} \right)$$

das in Aufgabe 3 Gewünschte leistet.

* Die gesternten Aufgaben werden nicht korrigiert oder bepunktet. In der Folgewoche erhalten Sie aber dennoch eine Lösungsskizze, so daß diese Aufgaben der Selbstkontrolle (oder dem reinen mathematischen Vergnügen) dienen.

Abgabe: Dienstag 7.07.20

Bis spätestens 18:00 Uhr per e-mail an den
Leiter Ihrer Übungsgruppe. Bitte als Betreff der e-mail
"Blatt 12, [Name], [Matrikelnr.]" angeben.