SS 2022

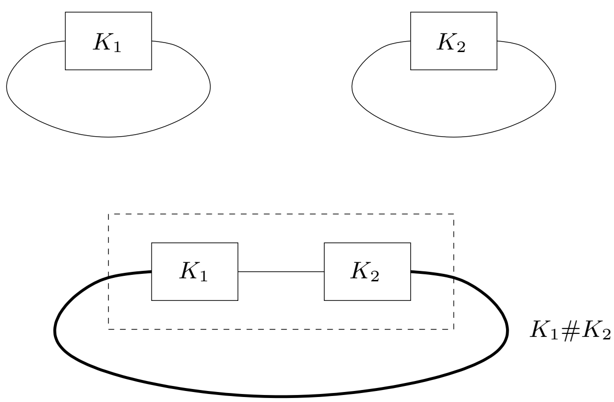
Prof. Hansjörg Geiges
Tilman Becker, M.Sc.
Dr. Rima Chatterjee

# Geometrische Topologie

Übungsblatt 1

**Aufgabe 1.** Zeigen Sie formal sauber, daß der Quotientenraum $(D^3 + D^3)/\sim$, wobei die Äquivalenzrelation Punkte auf den beiden Rändern $\partial D^3$ paarweise mittels der identischen Abbildung identifiziert, homöomorph zu $S^3$ ist.

**Aufgabe 2.** Seien $K_1, K_2$ zwei (glatte oder polygonale) Knoten. Zeigen Sie, daß die **verbundenen Summen** $K_1 \# K_2$ und $K_2 \# K_1$ isotop sind vermöge einer Isotopie, die den im Bild dick gezeichneten Teil des Knotens fest läßt und nur Punkte in der gestrichelten Umgebung bewegt.




**Aufgabe 3.** Die ebene Projektion eines Knotens heißt **3-färbbar**, falls man die Bögen in der Projektion so mit jeweils einer von drei Farben einfärben kann, daß alle drei Farben Verwendung finden und an jeder Kreuzung entweder genau eine oder alle drei Farben aufeinanderstoßen.

(a) Zeigen Sie mittels des Theorems von Reidemeister, daß 3-Färbbarkeit eine Eigenschaft des Knotens ist.

(b) Folgern Sie, daß der Kleeblattknoten ist nicht isotop zum trivialen Knoten ist.

**Aufgabe 4.** Man fasse die 3-Sphäre $S^3$ als Einheitssphäre im $\mathbb{C}^2$ auf und schreibe

$$S^3 = \{(z_1, z_2) \in S^3\colon\ |z_1| \leq 1/\sqrt{2}\} \cup_\partial \{(z_1, z_2) \in S^3\colon\ |z_2| \leq 1/\sqrt{2}\}.$$

Zeigen Sie, daß dies eine Heegaard-Zerlegung vom Geschlecht 1 ist, und beschreiben Sie den Verklebehomöomorphismus.

Abgabe: Mittwoch 13.4.22
bis spätestens 17:00 Uhr im Raum 206/7 des MI