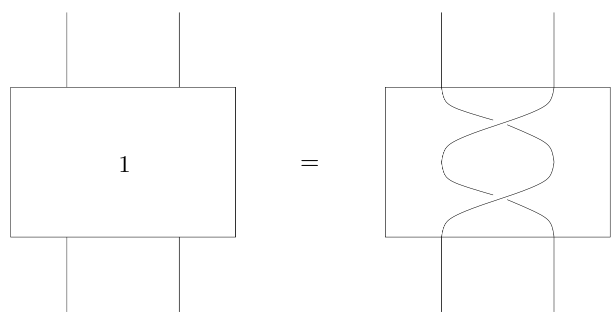
WS 2010/11 Prof. Hansjörg Geiges

Geometrische Topologie

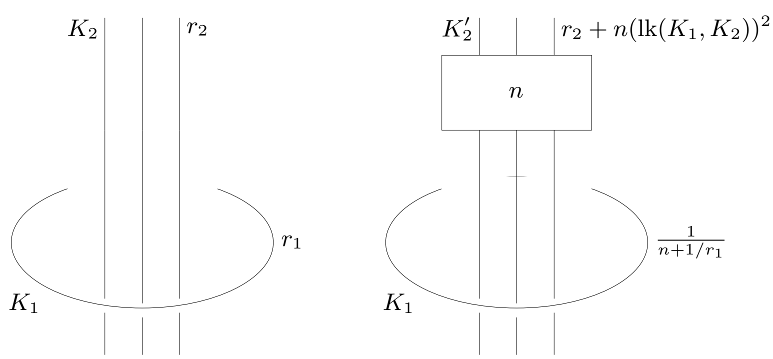
Übungsblatt 10

Aufgabe 1. Chirurgie entlang eines Knotens $K \subset S^3$ mit Chirurgiekoeffizient $r \in \mathbb{Q}$ liefert bis auf Diffeomorphie die gleiche 3-Mannigfaltigkeit wie Chirurgie entlang des Spiegelbildes von K mit Koeffizient $-r$.

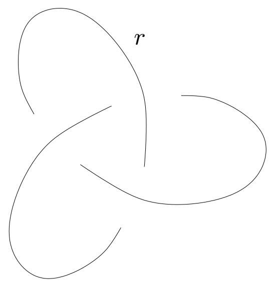
Aufgabe 2. Im folgenden bezeichne ein Kasten mit dem Eintrag $n \in \mathbb{Z}$ eine n-fache volle Verdrehung der Stränge, zum Beispiel

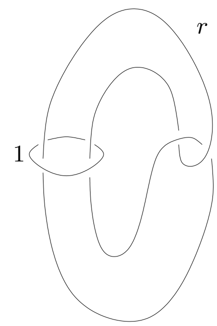


Zeigen Sie, daß die folgenden Chirurgiediagramme äquivalent sind:

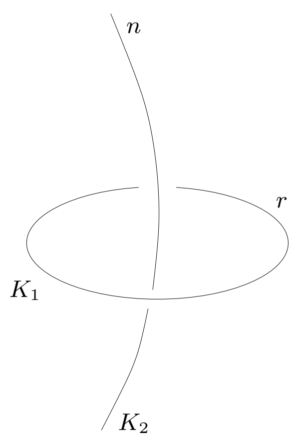


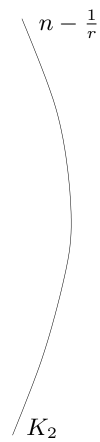
Aufgabe 3. Zeigen Sie, daß die folgenden beiden Chirurgiediagramme diffeomorphe 3-Mannigfaltigkeiten liefern.





Aufgabe 4. Zeigen Sie, daß die folgenden Chirurgie-Diagramme (für $n \in \mathbb{Z}$ und $r \in \mathbb{Q} \cup \{\infty\}$) äquivalent sind:





Überlegen Sie sich dazu folgendes. Sei M die Mannigfaltigkeit, die man aus S^3 durch Chirurgie nur entlang K_2 erhält. Sei T der Volltorus, der bei dieser Chirurgie hineingeklebt wird. Dann ist K_1 in M isotop zur Seele dieses Volltorus (hierzu benötigen Sie, daß n ganzzahlig ist). Chirurgie entlang K_1 ist daher äquivalent dazu, daß man T nochmal herausschneidet und neu verklebt. Es bleibt zu zeigen, daß dieses Neuverkleben dem Koeffizienten $n - 1/r$ entspricht. Dazu ist insbesondere zu klären, was Meridian und Parallele von K_1 in M sind, ausgedrückt durch Meridian und Longitude von T.

Abgabe: Montag 17.1.11
Bis spätestens 11:00 Uhr in den Briefkasten im Keller des MI