SS 2017

Prof. Hansjörg Geiges
Dipl.-Math. Christian Evers

Topologie

Übungsblatt 5

Aufgabe 1. Betrachten Sie folgende Beispiele eines Kreises C in einer Fläche Σ:

(i) Σ sei das Möbiusband und C seine Randkurve,

(ii) $\Sigma = S^1 \times S^1$ sei der Torus und $C = \{(x, y) \in S^1 \times S^1 \colon\; x = y\}$ der Diagonalkreis,

(iii) Σ sei der Zylinder und C eine seiner Randkurven.

Wählen Sie in jedem dieser Fälle einen Basispunkt in C, beschreiben Sie Erzeuger für die Fundamentalgruppe von C und Σ, sowie den durch die Inklusion $C \to \Sigma$ induzierten Homomorphismus von Fundamentalgruppen.

Aufgabe 2. Sei $f\colon\; (X, x_0) \to (X, x_0)$ eine stetige Abbildung, die homotop zur Identität ist (nicht notwendig rel $\{x_0\}$). Zeigen Sie, daß $f_*\colon\; \pi_1(X, x_0) \to \pi_1(X, x_0)$ ein innerer Automorphismus ist, d.h. von der Form

$$f_*[u] = [v]^{-1}[u][v]$$

für eine geeignete Schleife v am Punkt x_0.

Aufgabe 3. (a) Zeigen Sie, daß die Narrenkappe (Übungsblatt 4, Aufgabe 2) triangulierbar ist.

(b) Beschreiben Sie eine Triangulierung der Kleinschen Flasche.

(c) Sei K der eindimensionale Simplizialkomplex bestehend aus den Ecken $a_0, a_1, \ldots, a_4$ und allen Kanten zwischen je zwei dieser Ecken. Zeigen Sie, daß K nicht im $\mathbb{R}^2$ realisiert werden kann, d.h. es gibt keinen Homöomorphismus von $|K|$ auf eine Teilmenge des $\mathbb{R}^2$.

b.w.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, daß das Haus mit zwei Zimmern (siehe Abbildung 1) zusammenziehbar ist. Hinweis: Überlegen Sie sich, daß man durch Verdicken der Wände einen Raum erhält, der homöomorph zum 3-Ball ist.

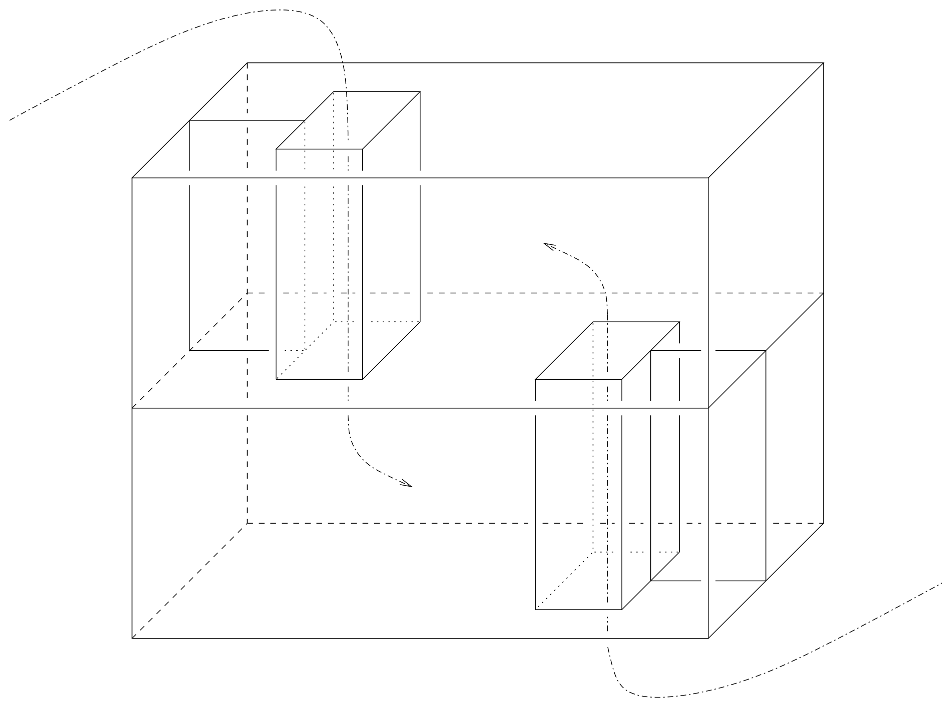

Abbildung 1: Das Haus mit zwei Zimmern.

Abgabe: Mittwoch 24.5.17

bis spätestens 16:00 Uhr im Briefkasten

im studentischen Arbeitsraum des MI (3. Stock)