Symplektische Topologie

Übungsblatt 10

Aufgabe 1. Zeigen Sie, daß genau vier Kurven in der Hesse-Familie algebraischer Kurven singulär sind.

Aufgabe 2. Sei $P(z_0, z_1, z_2)$ ein homogenes komplexes Polynom vom Grad d. Die **Tangente** an die algebraische Kurve $\{P = 0\}$ in einem nicht-singulären Punkt (a, b, c) ist die durch die Gleichung

$$\frac{\partial P}{\partial z_0}(a,b,c) \cdot z_0 + \frac{\partial P}{\partial z_1}(a,b,c) \cdot z_1 + \frac{\partial P}{\partial z_2}(a,b,c) \cdot z_2 = 0$$

definierte komplex-projektive Gerade. Zeigen Sie, daß dies in einer affinen Karte der üblichen Definition der Tangente entspricht.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie die Tangenten an die Kurven in der Hesse-Familie (in Abhängigkeit von $[\lambda : \mu]$) in einem der neun gemeinsamen Schnittpunkte p_i und diskutieren Sie damit die Erweiterung der Abbildung

$$\mathbb{C}\mathrm{P}^2 \setminus \{p_1, \ldots, p_9\} \longrightarrow \mathbb{C}\mathrm{P}^1$$

zu der Abbildung

$$\mathbb{C}\mathrm{P}^2 \# 9\overline{\mathbb{C}\mathrm{P}^2} \longrightarrow \mathbb{C}\mathrm{P}^1.$$

Abgabe: Dienstag 11.7.23 in der Übung.