

# Topologie

## Übungsblatt 14 (Bonusblatt)

**Aufgabe 1.** Berechnen Sie die Homologiegruppen  $H_q(F; \mathbb{Z}_2)$  aller Flächen  $F$  (im Sinne der Definition in Kapitel 6) und vergleichen Sie diese Gruppen mit der ganzzahligen Homologie.

**Aufgabe 2.** Die mod 2 Bettizahlen eines  $n$ -dimensionalen Simplicialkomplexes  $K$  sind definiert als

$$\bar{b}_q = \dim_{\mathbb{Z}_2} H_q(K; \mathbb{Z}_2), \quad q = 0, \dots, n.$$

Zeigen Sie, daß

$$\chi(K) = \sum_{q=0}^n (-1)^q \bar{b}_q.$$

**Aufgabe 3.** Sei  $f: |K| \rightarrow |K|$  eine simpliciale Abbildung eines Polyeders in sich selbst, die nur isolierte Fixpunkte hat. Dann ist die Lefschetz-Zahl  $L(f)$  gleich der Anzahl der Fixpunkte von  $f$ .

**Aufgabe 4.** Sei  $f: |K| \rightarrow |K|$  eine simpliciale Abbildung eines Polyeders in sich selbst. Dann ist  $L(f)$  gleich der Euler-Charakteristik der Fixpunktmenge von  $f$  (vergl. Übungsblatt 7, Aufgabe 2).

Abgabe: Montag 1.2.10

Bis spätestens 13:45 Uhr in den Briefkasten im Keller des MI