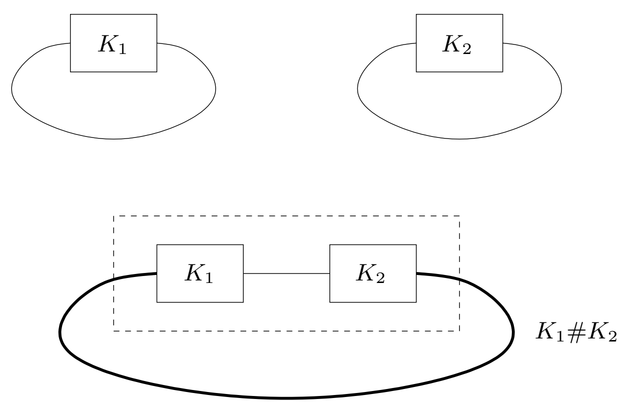
WS 2010/11 Prof. Hansjörg Geiges

Geometrische Topologie

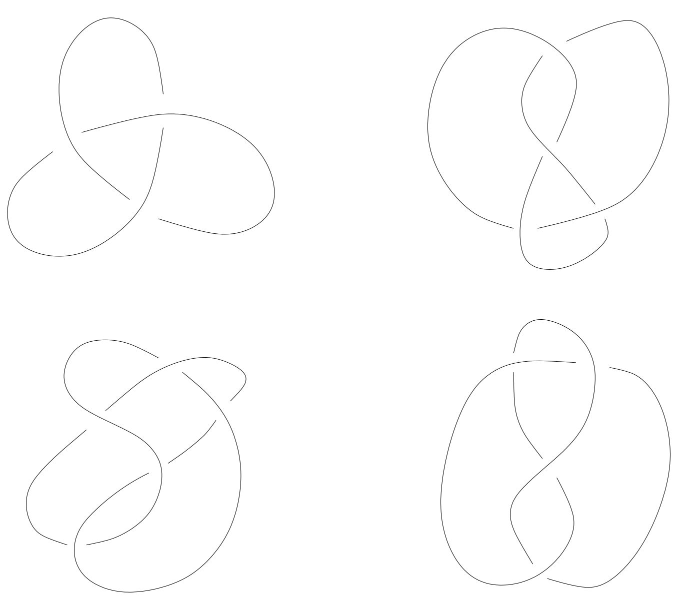
Übungsblatt 1

Aufgabe 1. Jeder polygonale Knoten ist äquivalent zu einem Knoten, dessen Projektion auf die durch die ersten beiden Koordinatenrichtungen gegebene Ebene $\mathbb{R}^2 \subset \mathbb{R}^3$ zulässig ist.

Aufgabe 2. Seien K_1, K_2 zwei (glatte oder polygonale) Knoten. Zeigen Sie, daß die **verbundenen Summen** $K_1 \# K_2$ und $K_2 \# K_1$ isotop sind vermöge einer Isotopie, die den im Bild dick gezeichneten Teil des Knotens fest läßt und nur Punkte in der gestrichelten Umgebung bewegt.



Aufgabe 3. Welche der folgenden Knoten sind isotop zueinander?



b.w.

Aufgabe 4. Die ebene Projektion eines Knotens heißt **3-färbbar**, falls man die Bögen in der Projektion so mit jeweils einer von drei Farben einfärben kann, daß alle drei Farben Verwendung finden und an jeder Kreuzung entweder genau eine oder alle drei Farben aufeinanderstoßen.

(a) Zeigen Sie mittels des Theorems von Reidemeister, daß 3-Färbbarkeit eine Eigenschaft des Knotens ist.

(b) Der Kleeblattknoten ist nicht isotop zum trivialen Knoten.

Aufgabe 5. Man fasse die 3-Sphäre S^3 als Einheitssphäre im $\mathbb{C}^2$ auf und schreibe

$$S^3 = \{(z_1, z_2) \in S^3 \colon\ |z_1| \leq 1/\sqrt{2}\} \cup_\partial \{(z_1, z_2) \in S^3 \colon\ |z_2| \leq 1/\sqrt{2}\}.$$

Zeigen Sie, daß dies eine Heegaard-Zerlegung vom Geschlecht 1 ist, und beschreiben Sie den Verklebehomöomorphismus.

Abgabe: Montag 18.10.10
Bis spätestens 11:00 Uhr in den Briefkasten im Keller des MI

Die Übungen finden donnerstags 8:15 bis 9:45 im Seminarraum 3 (Container) statt, Beginn 14.10.10.