

# Analysis I

## Übungsblatt 12

**Aufgabe 1.** (a) Verwenden Sie den Zwischenwertsatz für stetige Funktionen, um folgenden **Mittelwertsatz der Integralrechnung** zu zeigen: Ist  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  stetig, so existiert ein  $c \in [a, b]$  mit

$$\int_a^b f(x) dx = f(c)(b - a).$$

Zeigen Sie, wie man diesen Satz alternativ aus dem Mittelwertsatz der Differentialrechnung herleiten kann.

(b) Zeigen Sie weiter: Sind  $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  stetig und  $g(x) > 0$  für alle  $x \in [a, b]$ , so existiert ein  $c \in [a, b]$  mit

$$\int_a^b f(x)g(x) dx = f(c) \int_a^b g(x) dx.$$

**Aufgabe 2.** Die Funktion  $f$  sei stetig und die Funktionen  $g$  und  $h$  seien differenzierbar. Zeigen Sie, daß durch

$$F(x) = \int_{g(x)}^{h(x)} f(x) dx$$

eine differenzierbare Funktion definiert wird, und drücken Sie die Ableitung  $F'$  durch die gegebenen Funktionen aus.