

Chirurgie

Übungsblatt 1

Aufgabe 1. (a) Sei M eine 1-dimensionale Mannigfaltigkeit und $f: S^1 \rightarrow M$ eine Homotopieäquivalenz. Dann ist f homotop zu einem Diffeomorphismus.

(b) Sei M eine 2-dimensionale Mannigfaltigkeit und $f: T^2 \rightarrow M$ eine Homotopieäquivalenz. Dann ist f homotop zu einem Diffeomorphismus.

Bemerkung. Die Diffeomorphie-Klassifikation von 1- und 2-dimensionalen Mannigfaltigkeiten darf verwendet werden.

Aufgabe 2. Die Teilmenge $\{(x_0, \dots, x_n) \in S^n \subset \mathbb{R}^{n+1} : x_{k+1}^2 + \dots + x_n^2 \leq \frac{1}{2}\}$ ist diffeomorph zu $S^k \times D^{n-k}$.

Aufgabe 3. Wenn es zwischen zwei geschlossenen n -dimensionalen Mannigfaltigkeiten einen Kobordismus gibt, so gibt es auch einen zusammenhängenden Kobordismus.

Aufgabe 4. Welche Mannigfaltigkeiten (mit Rand) kann man aus D^n durch Anheften eines 1-Henkels erhalten?