

Übungen zur Vorlesung Einführung in die Stochastik

Blatt 4

Abgabe: 18.11.2008 nach der Vorlesung

Aufgabe 1. (4 Punkte)

Sei $a < 0 < b$ und S_n eine Irrfahrt. Wir definieren T_a und T_b wie in der Vorlesung ($T_c := \inf\{n \geq 1 : S_n = c\}$. Siehe auch S. 16 des Skriptes).

Berechnen Sie

1. $\mathbb{P}[T_a < T_b \leq N]$ Hinweis: Reflektionsprinzip
2. $\mathbb{P}[T_b < T_a \leq N]$
3. $\mathbb{P}[\max\{T_a, T_b\} \leq N]$
4. $\mathbb{P}[\min\{T_a, T_b\} \leq N]$
5. $\mathbb{P}[T_a \leq T_b, T_a \leq N]$

Bem.: $\mathbb{P}[T_a \leq T_b, T_a \leq N]$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass Spieler A vor dem Zeitpunkt N und vor dem Spieler B ruiniert ist.

Aufgabe 2. (4 Punkte)

Auf einem W-Raum $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ seien X_i $B(n, p_i)$ -verteilte Zufallsvariablen $i = 1, 2$. Dabei sei $p_1 < p_2$.

Beweisen Sie: $\mathbb{P}[X_1 \leq k] \geq \mathbb{P}[X_2 \leq k]$ für $k = 0, 1, \dots, n$.

Aufgabe 3. (4 Punkte)

Ein idealer Würfel wird geworfen, bis zum ersten Mal zwei Sechsen hintereinander auftreten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Experiment

spätestens mit dem 12 Wurf endet?

Aufgabe 4. (4 Punkte)

7% der Produktion eines Artikels besitzen den Fehler F_1 ; 5% besitzen den Fehler F_2 . 90% der Produktion sind fehlerfrei. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein aus der Gesamtproduktion zufällig ausgewählter Artikel

- a) beide Fehler besitzt?
- b) den Fehler F_2 besitzt, unter der Bedingung, dass er den Fehler F_1 nicht besitzt?
- c) beide Fehler besitzt unter der Bedingung, dass er mindestens einen Fehler besitzt?
- d) den Fehler F_2 besitzt, unter der Bedingung, dass er den Fehler F_1 besitzt?