

10. Übung zur Mathematischen Statistik

(Abgabe: Dienstag, den 6.07.2004)

Aufgabe 46

Seien X_1, \dots, X_n unabhängig mit Poisson-Verteilung P_λ . Zeigen Sie, dass $\frac{1}{n} \#\{i : X_i = 0\}$ und $\exp(-\bar{X}_n)$ konsistente Schätzer für $\exp(-\lambda)$ sind, und berechnen Sie die asymptotischen Varianzen.

Aufgabe 47

Seien X_1, \dots, X_n unabhängig mit Normalverteilung N_{0, σ^2} . Zeigen Sie, dass $(\pi/2)^{1/2} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |X_i|$ konsistent für σ ist, und berechnen Sie die asymptotische Varianz dieses Schätzers.

Aufgabe 48

Eine Folge V_n von Zufallsvariablen ist gleichmäßig integrierbar genau dann, wenn $P_n|V_n|$ beschränkt ist und gilt: $P_n A_n \rightarrow 0$ impliziert $P_n|V_n|1_{A_n} \rightarrow 0$.

Aufgabe 49

Sei V_n eine Folge von Zufallsvariablen mit $V_n \Rightarrow V$. Dann sind die V_n gleichmäßig integrierbar genau dann, wenn $P|V| < \infty$ und $P_n|V_n| \rightarrow P|V|$.

Aufgabe 50

Gilt $X_n \Rightarrow X$, so auch $\liminf P_n|X_n| \geq P|X|$.