W. Wefelmeyer
M. Schölpen

Sommersemester 2004

2. Übung zur Mathematischen Statistik

(Abgabe: Dienstag, den 04.05.2004)

Aufgabe 6
Berechnen Sie die Momente der Normalverteilung N_{0,σ^2} und der Exponentialverteilung E_a mit Dichte $a^{-1}\mathrm{e}^{-x/a}$.

Die *Multinomialverteilung* ist definiert durch $\mathrm{M}_{p_0\cdots p_s n}\{(x_0,\dots,x_s)\} = \frac{n!}{x_0!\dots x_s!}p_0^{x_0}\cdots p_s^{x_s}$ für $x_r = 0,1,\dots$ mit $\sum\limits_{r=0}^{s} x_r = n$.

Aufgabe 7
Zeigen Sie, dass die Multinomialverteilungen eine exponentielle Familie bilden, geben Sie eine kanonische Darstellung an und bestimmen Sie den natürlichen Parameterraum.

Aufgabe 8
Seien $X_1,\dots,X_n$ unabhängig und identisch verteilt auf $\{0,\dots,s\}$. Setze $Y_r = \sharp\{i : X_i = r\}$. Dann ist $(Y_1,\dots,Y_s)$ multinomial verteilt mit $p_r = P(X_i = r)$.

Eine Zufallsvariable X folgt einer *Potenzreihen-Verteilung*, wenn $P(X = k) = b(\vartheta)a_k\vartheta^k$, $k = 0,1,\dots$ und $\vartheta > 0$.

Aufgabe 9
Bilden Potenzreihen-Verteilungen eine exponentielle Familie?

Aufgabe 10
Die Binomialverteilungen $\mathrm{B}_{n,p}$, die negativen Binomialverteilung $\mathrm{NB}_{p,m}$ und die Poissonverteilungen P_λ sind Potenzreihen-Verteilungen für festes n und m.