W. Wefelmeyer
M. Schölpen

Sommersemester 2004

# 3. Übung zur Mathematischen Statistik

(Abgabe: Dienstag, den 11.05.2004)

**Aufgabe 11**
Seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängig und $\mathrm{N}_{\mu,\sigma^2}$-verteilt. Dann sind $(\sum X_i, \sum X_i^2)$ und $(\overline{X}_n, S_n^2)$ suffizient für $(\mu, \sigma^2)$. Hier sind $\overline{X}_n = \frac{1}{n} \sum X_i$ und $S_n^2 = \frac{1}{n} \sum (X_i - \overline{X}_n)^2$ das *Stichprobenmittel* und die *Stichprobenvarianz*.

Sind $X_1, \ldots, X_n$ Zufallsvariablen, so heißen die der Größe nach geordneten Werte $X_{1:n}, \ldots, X_{n:n}$ *Ordnungsstatistiken*.

**Aufgabe 12**
Sind $X_1, \ldots, X_n$ unabhängig mit Verteilungsfunktion $F$, so ist die Verteilungsfunktion von $X_{r:n}$ gegeben durch

$$F_r(x) = \sum_{i=r}^{n} \binom{n}{i} F(x)^i (1 - F(x))^{n-i}.$$

Insbesondere: $F_n(x) = F(x)^n$ und $F_1(x) = 1 - (1 - F(x))^n$.

**Aufgabe 13**
Seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängig und nach der von der Exponential-Verteilung E erzeugten Lageparameter-Familie verteilt. Geben Sie eine möglichst niedrig-dimensionale suffiziente Statistik für den Lageparameter an. Ist sie vollständig oder minimal?

**Aufgabe 14**
Taxis seien von 1 bis $k$ durchnummeriert. Sie notieren die Nummern von $n$ zufällig vorbeikommenden Taxis. Bestimmen Sie eine suffiziente Statistik für $k$.

**Aufgabe 15**
Seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängig und verteilt nach einer kanonischen exponentiellen Familie in $T$. Bestimmen Sie einen erwartungstreuen Schätzer für den Wert $M_T(u)$ der momenterzeugenden Funktion von $T$.