Prof. Dr. W. Wefelmeyer
Dipl.-Math. K. Tang **WS 2004/05**

Übungen zur Einführung in die Stochastik
Serie 12
Abgabe: Ab 24.01.05 in den jeweiligen Übungen

67. Bei einer Aufnahmeprüfung bestehen 80% der geeigneten Kandidaten und 25% der ungeeigneten. Wenn 40% der Kandidaten geeignet sind, wie groß ist dann der Anteil der Geeigneten unter denen, die die Aufnahmeprüfung bestanden haben?

68.

(a) Gilt X_n beschränkt in Wahrscheinlichkeit und $Y_n \to 0$ in Wahrscheinlichkeit, so gilt

$$X_n Y_n \to 0 \text{ in Wahrscheinlichkeit.}$$

(b) Gilt $X_n \Rightarrow X$ und $Y_n \to c$ in Wahrscheinlichkeit, so gilt

$$X_n e^{Y_n} \Rightarrow X e^c.$$

69. Sie wählen zufällig zwei Zahlen zwischen 0 und 1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Summe größer als $\frac{1}{2}$?

70. Seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängig und G_p-verteilt für $p \in (0,1)$.

(a) Wie ist $\sum_{i=1}^n X_i$ verteilt?

(b) $(X_1, \ldots, X_n)$ ist verteilt nach einer exponentiellen Familie und hat monotonen Dichtequotienten.

(c) Bestimmen Sie einen gleichmäßig besten Test zum Niveau α für $p \le p_0$ gegen $p > p_0$.

71. Für eine positive Zufallsvariable X mit Verteilungsfunktion F und Dichte f ist die *Ausfallrate* definiert durch

$$A(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)}.$$

Es gilt

$$\begin{aligned} A(x) &= -\partial_x \log(1 - F(x)), \\ 1 - F(x) &= \exp\Big(- \int_0^x A(y)dy \Big). \end{aligned}$$

Die Exponentialverteilung E_1 ist durch $A = 1$ charakterisiert.

72. Sei X verteilt nach G_p. Bestimmen Sie den Neyman-Pearson-Test zum Niveau α für p gegen $q > p$.

Bemerkungen

- Die Klausur findet wie angekündigt am Freitag, den 28.1.2005, um 15:00 Uhr im Hörsaalgebäude Hörsaal B statt und dauert zwei Stunden. Die Nachklausur wird am Montag, den 04.4.2005, um 10:00 Uhr im Hörsaal des Mathematischen Instituts stattfinden.

- Bringen Sie bitte an dem Klausurtag Ihren Studentenausweis sowie ein Lichtbildausweis mit. Hilfsmittel wie Aufzeichnungen, Bücher, Taschenrechner sind nicht erlaubt.