

Übungen zur Stochastik 1
Serie 2

Abgabe: Dienstag, 03.05.05, 14:00 im Hörsaal

6. Sei Ω abzählbar und \mathcal{F} die Menge aller Teilmengen von Ω . Definiere $\mu A = 0$ für A endlich, und $\mu A = \infty$ sonst.

- a) Die Mengenfunktion μ ist additiv, aber nicht σ -additiv.
- b) Der Grundraum Ω ist Limes einer aufsteigenden Folge von Mengen A_n mit $\mu A_n = 0$.

7. Die offenen Teilmengen von \mathbf{R} sind Borel-meßbar.

8. Sei Ω abzählbar und \mathcal{F} die Menge aller Mengen, die endlich sind oder ein endliches Komplement haben.

- a) Das Mengensystem \mathcal{F} ist eine Algebra, aber keine σ -Algebra.
- b) Definiere $\mu A = 0$ für A endlich, und $\mu A = 1$ sonst. Die Mengenfunktion μ ist additiv, aber nicht σ -additiv.

9. Sei Ω beliebig und \mathcal{F} die Menge aller Teilmengen von Ω . Definiere $\mu A = \#\{\omega : \omega \in A\}$ für $A \subset \Omega$.

- a) Die Mengenfunktion μ ist ein Maß, das *Zählmaß*.
- b) Ist Ω unendlich, so gibt es eine Folge von Mengen $A_n \downarrow \emptyset$ mit

$$\lim_n \mu A_n \neq 0.$$

10. Sei μ ein endliches Maß auf einer σ -Algebra \mathcal{F} . Seien $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{F}$ mit $A_n \rightarrow A$. Dann gilt

$$\mu A_n \rightarrow \mu A.$$

Bemerkungen

- Die Übungen finden in Kleingruppen zu folgenden Zeiten und Ort statt:

Wochentag	Dienstag	Freitag
Zeit	16:00 s.t.-17:30	16:00 s.t. -17:30
Ort	Hörsaal XIII	Hörsaal XIII

- Die Einteilung in den Übungen kann man aus der Tabelle entnehmen:

Martikelnnummer (letzten vier Nummer)	Wochentag
2933,9035,9397	Dienstag
5926,7338,4301	Dienstag
2004,9132,2069	Dienstag
0346,3743,4981	Dienstag
1024,4678,1655	Dienstag
6437,9550,1662	Dienstag
8324,5757,8552	Dienstag
0865	Dienstag
7447,8810,4823	Freitag
7304,0349,1522	Freitag
3030,6750,4616	Freitag
8322,6713,4942	Freitag
3136,7199,4713	Freitag

- Am 26.04.05 und 29.04.05 finden wegen der Übergabe des Rektoramtes keine Übungen statt.