Prof. Dr. W. Wefelmeyer
Dipl.-Math. K. Tang **SS 2005**

Übungen zur Stochastik 1
Serie 6
Abgabe: Dienstag, 14.06.05, 14:00 im Hörsaal

26. Sei $(\Omega, \mathcal{F})$ ein meßbarer Raum; $\mathcal{F}$ enthalte die Einpunktmengen. Seien μ und ν diskrete Maße auf $\mathcal{F}$.
a) Sind μ und ν immer σ-endlich?
b) Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung für $\nu \ll \mu$.
c) Berechnen Sie alle μ-Dichten von ν.

(*Hinweis:* Das Maß μ heißt *diskret*, wenn es abzählbar viele $\omega_i \in \Omega$ und $p_i \in \mathbf{R}$ gibt, so daß

$$\mu A = \sum_{\omega_i \in A} p_i \quad \text{für } A \in \mathcal{F}.)$$

27. Seien μ und ν stetige Maße auf der Borel-Algebra $\mathcal{B}^n$ des $\mathbf{R}^n$.
a) Sind μ und ν immer σ-endlich?
b) Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung für $\nu \ll \mu$.
c) Berechnen Sie alle μ-Dichten von ν.

(*Hinweis:* Das Maß μ heißt *stetig* mit *Dichte* a, wenn $a : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}$ Borel-meßbar ist mit

$$\mu A = \int_A a(x)\lambda(dx) \quad \text{für } A \in \mathcal{F}.)$$

28. Für $0 < q < p$ gilt $L_q \supset L_p$.

29. In der Hölderschen Ungleichung gilt Gleichheit genau dann, wenn es Zahlen $a \neq 0$ oder $b \neq 0$ gibt, so daß $a|X|^p = b|Y|^q$ fast sicher.
(*Hinweis:* Sehen Sie sich den Beweis der Hölderschen Ungleichung an.)

30. Ist X integrierbar und $PA_n \to 0$, so gilt $E1_{A_n}X \to 0$.

Sommerfest

Freitag 17.06.05 ab 18 Uhr im Hof des Mathematischen Instituts- bei Regen im Seminarraum 2. In den frühen Abendstunden gibt es Livemusik!