Prof. Dr. W. Wefelmeyer
Dipl.-Math. K. Tang **WS 05/06**

Übungen zur Stochastik 2
Serie 6
Abgabe: Dienstag, 29.11.05, 12:30 im Seminarraum 2 des Mathematischen Instituts

26. Sämtliche nichtleeren Teilmengen der Menge der stetigen Funktionen auf $[0, \infty)$ sind *nicht* meßbar in $\mathcal{B}(\mathbb{R}^{[0,\infty)})$.

27. Sei q_t die Dichte der Normalverteilung mit Mittelwert 0 und Varianz t. Definiere

$$\begin{aligned} P_{t_1,\dots,t_n}(A_1 \times \cdots \times A_n) &= \int_{A_1} q_{t_1}(x_1)dx_1 \int_{A_2} q_{t_2-t_1}(x_2 - x_1)dx_2 \\ &\quad \cdots \int_{A_n} q_{t_n-t_{n-1}}(x_n - x_{n-1})dx_n. \end{aligned}$$

(a) Diese Familie ist projektiv.

(b) Die Fortsetzung auf $\mathcal{B}(\mathbb{R}^{[0,\infty)})$ hat unabhängige Zuwächse.

28. Für die Brownsche Bewegung gilt:

(a) $EB_sB_t = s \wedge t$ für $s, t \geq 0$,

(b) $(B_{st})_{s\geq 0}$ ist verteilt wie $(t^{1/2}B_s)_{s\geq 0}$ für alle $t \geq 0$.

29. Sei X ein stetiger Prozeß und $A \subseteq \mathbb{R}$ eine abgeschlossene Menge. Zeigen Sie, daß die *Eintrittszeit*

$$\tau_A = \inf\{t \geq 0 : X_t \in A\}$$

eine Stoppzeit ist.

30. Sei $Y_1, Y_2, \dots$ eine Folge von unabhängig identisch verteilten Zufallsvariablen mit $P(Y_1 = -1) + P(Y_1 = 1) = 1$ und $X_n = Y_nY_{n-1}$. Unter welchen Bedingungen ist X_n eine Markov-Kette?