

Übungen zur Mathematischen Statistik  
Serie 4

**16.** Seien  $X_1, \dots, X_n$  unabhängig und verteilt nach einer unbekanntem Verteilung  $P|\mathcal{B}$  mit endlicher Varianz. Bestimmen Sie einen erwartungstreuen Schätzer für die Varianz von  $P$ .

**17.** Seien  $X_1, \dots, X_n$  unabhängig und nach der von der Exponentialverteilung  $E$  erzeugten Lageparameter-Familie verteilt. Bestimmen Sie einen UMVU-Schätzer für den Lageparameter.

**18.** Seien  $X_1, \dots, X_n$  unabhängig und nach  $B_{1,p}$  verteilt. Bestimmen Sie einen UMVU-Schätzer für  $p(1-p)$ .

**19.** Die Crañer–Rao-Schranke ist invariant unter differenzierbaren Umparametrisierungen.

**20.** Seien  $X_1, \dots, X_n$  unabhängig mit unbekannter Verteilung  $P|\mathcal{B}$ .

a) Es gilt für jede integrierbare Funktion  $k(X_1, \dots, X_n)$ :

$$E(k(X_1, \dots, X_n) | X_{1:n}, \dots, X_{n:n}) = \frac{1}{n!} \sum k(X_{i_1:n}, \dots, X_{i_n:n}),$$

wobei sich die Summe über alle Permutationen von  $\{1, \dots, n\}$  erstreckt.

b) Die Ordnungs-Statistik  $(X_{1:n}, \dots, X_{n:n})$  ist suffizient für  $P$ .