

Übungen zur Mathematischen Statistik
Serie 9

41. (*Multivariate Dichteschätzer.*) Bestimmen Sie einen (Kern-)Schätzer für die Dichte eines Wahrscheinlichkeitsmaßes auf \mathbb{R}^2 . Begründen Sie heuristisch, wie sich die Konvergenzrate im Vergleich zu Dichteschätzern in \mathbb{R}^1 verhält.

42. (*Kernschätzer bei un stetigen Dichten.*) Sei f eine Dichte auf \mathbb{R} mit einem Sprung in x . Wie verhält sich ein Kernschätzer in x ?

43. (*Schätzen der Sprunghöhe einer Dichte.*) Sei f eine Dichte auf \mathbb{R} , die in 0 einen Sprung hat. Wie können Sie die Sprunghöhe schätzen? (Das Problem wird wesentlich schwieriger, wenn nicht bekannt ist, wo der Sprung ist — selbst wenn bekannt ist, daß es nur einen Sprung gibt.)

44. (*Schätzen der Ableitung einer Dichte.*) Sei f eine stetig differenzierbare Dichte auf \mathbb{R} . Bestimmen Sie einen (Kern-)Schätzer für die Ableitung von f . Geben Sie Bedingungen für seine (punktweise) Konsistenz und für Konvergenzraten.

45. (*Schätzen der Faltung von Dichten.*) Für $j = 1, 2$ seien \hat{f}_j Schätzer für Dichten f_j mit $\|\hat{f}_j - f_j\|_1 = O(a_n)$. Dann gilt auch $\hat{f}_1 * \hat{f}_2 - f_1 * f_2 = O(a_n)$.