Prof. Dr. W. Wefelmeyer **Wintersemester 2006/2007**
Dipl.-Math. K. Tang

Übungen zur Statistik für Zeitreihen
Serie 2

Eine Abbildung $s \to a_s$ von $\mathbb{R}$ nach $L_p(P)$ heißt $L_p(P)$-*differenzierbar* in t mit *Ableitung* $\dot{a}$, wenn

$$\|a_s - a_t - (s-t)\dot{a}\|_p = o(s-t).$$

Eine Abbildung $s \to f_s$ von $\mathbb{R}$ in die Dichten auf $\mathbb{R}$ heißt *Hellinger-differenzierbar* in t mit *Ableitung* $\dot{a}$, wenn

$$\lambda\Big(f_s^{1/2} - f_t^{1/2} - \frac{1}{2}(s-t)\dot{a} f_t^{1/2}\Big)^2 = o((s-t)^2).$$

1. Sei $1 \le p < q$. Ist $s \to a_s$ $L_q(P)$-differenzierbar in t, so auch $L_p(P)$-differenzierbar, mit derselben Ableitung.

2. Ist $s \to f_s/f_t$ $L_2(f_t)$-differenzierbar in t, so ist $s \to f_s$ Hellinger-differenzierbar, mit derselben Ableitung.
(*Hinweis:* $f_s - f_t = (f_s^{1/2} - f_t^{1/2})(f_s^{1/2} + f_t^{1/2})$.)

3. Ist $s \to f_s$ Hellinger-differenzierbar in t, so ist $s \to f_s/f_t$ $L_1(f_t)$-differenzierbar, mit derselben Ableitung.

4. Die Produktmaße $N^n_{\mu+n^{-1/2}t,1}$ und $N^n_{\mu,1}$ sind benachbart.

5. Ist P_τ Hellinger-differenzierbar in $\tau = \vartheta$ und $\vartheta_{nt} = \vartheta + n^{-1/2}t$, so sind die Produktmaße $P^n_{\vartheta_{nt}}$ und P^n_ϑ benachbart.