

Übungen zur Statistik für Zeitreihen
Serie 7

Eine Markov-Kette X_0, X_1, \dots mit abzählbarem Zustandsraum $E = \mathbb{N}$ oder endlichem Zustandsraum $E = \{1, \dots, m\}$ wird durch ihre Übergangsmatrix Q mit Einträgen $q_{ij} = Q(i, \{j\})$ und ihre Startverteilung π mit $\pi_i = \pi\{i\}$ beschrieben. Ein Zustand i heißt *absorbierend*, wenn $q_{ii} = 1$. Eine Zustandsmenge $A \subset E$ heißt *abgeschlossen*, wenn $q_{ij} = 0$ für $i \in A$ und $j \notin A$.

31. Geben Sie Beispiele für reduzible und periodische Ketten, und für Ketten mit absorbierenden Zuständen und mit abgeschlossenen Zustandsmengen.

32. Was bedeutet Transienz, positive Rekurrenz und Null-Rekurrenz? Kann eine Kette mit endlichem Zustandsraum transient oder null-rekurrent sein?

In den nächsten drei Aufgaben sei der Einfachheit halber der Zustandsraum endlich.

33. Konstruieren Sie effiziente Schätzer für π und Q .

34. Konstruieren Sie einen effizienten Schätzer für $E_\pi f(X_0, X_1, X_2)$.

35. Konstruieren Sie einen effizienten Schätzer für die Zweischritt-Übergangsverteilung.