Prof. Dr. W. Wefelmeyer
Dipl.-Math. Markus Schulz

Wintersemester 2007/2008

Übungen zur Einführung in die Stochastik
Serie 11
Abgabe: Montag, 14. Januar 2008, vor der Vorlesung

51.

a) Seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängig und N_{μ,σ^2}-verteilt mit unbekannten μ und σ^2. Bestimmen Sie wie in der Vorlesung zwei Tests zum asymptotischen Niveau α für die Testprobleme

   i) H : $\mu \leq \mu_0$ gegen K : $\mu > \mu_0$ und
   ii) H : $\mu = \mu_0$ gegen K : $\mu \neq \mu_0$.

b) Bei einer Versuchsreihe sind folgende 16 Messwerte aufgetreten:

12,43	12,01	6,30	8,91	12,34	10,75	8,56	15,95
9,26	9,07	13,20	9,94	11,36	12,55	8,05	10,99.

Fhren Sie die in a) entwickelten Tests für $\alpha = 0,1$ und $\mu_0 = 10$ durch.
Hinweis: $\Phi^{-1}(0,95) = 1,645$ und $\Phi^{-1}(0,9) = 1,282$.

52. Bei einer Razzia findet die Polizei bei einem Glücksspieler eine Münze, von der ein anderer Spieler behauptet, dass „Zahl" mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 0,75$ statt mit $p = 0,5$ erscheint. Aus Zeitgründen kann die Münze nur 10 Mal überprüft werden. Wählen Sie Nullhypothese und Alternative gemäß dem Rechtsgrundsatz „In dubio pro reo" (d.h. „Im Zweifel für den Angeklagten") und geben Sie einen zugehörigen Test zum Irrtumsniveau $\alpha = 0,01$ an. (Taschenrechner verwenden!)

53. Seien X_i, $i \in \mathbb{N}$, unabhängige und G_p-verteilt. Bestimmen Sie den Neyman-Pearson-Test zum Niveau α für p gegen $q > p$. Wie lässt sich der kritische Wert asymptotisch bestimmen?

54. Zeigen Sie: Die Gammaverteilungen $\Gamma_{a,b}$, $a, b > 0$, bilden eine exponentielle Familie.

55. Zeigen Sie: Die Normalverteilungen N_{μ,σ^2}, $\mu \in \mathbb{R}, \sigma^2 > 0$, bilden eine exponentielle Familie.