

Übungen zur Einführung in die Stochastik
Serie 12

Abgabe: Montag, 21. Januar 2008, vor der Vorlesung

56. Seien X_1, \dots, X_n unabhängig und G_p -verteilt für $p \in (0, 1)$.

- (a) Wie ist $\sum_{i=1}^n X_i$ verteilt?
- (b) Zeigen Sie, dass (X_1, \dots, X_n) nach einer exponentiellen Familie verteilt ist und monotonen Dichtequotienten hat.
- (c) Bestimmen Sie einen gleichmäßig besten Test zum Niveau α für $p \leq p_0$ gegen $p > p_0$.

57. Seien X_1, \dots, X_n unabhängig und $\Gamma_{a,b}$ -verteilt für $a, b > 0$.

- (a) Zeigen Sie, dass sowohl bei festgehaltenem b als auch bei festgehaltenem a der Zufallsvektor (X_1, \dots, X_n) nach einer exponentiellen Familie verteilt ist und in beiden Fällen einen monotonen Dichtequotienten besitzt.
- (b) Bestimmen Sie für diese beiden Fälle einen gleichmäßig besten Test zum Niveau α für $a \leq a_0$ gegen $a > a_0$ bzw. $b \leq b_0$ gegen $b > b_0$.

58. Seien X_1, \dots, X_n unabhängig und N_{μ, σ^2} -verteilt mit unbekanntem μ und σ^2 . Bestimmen Sie einen Konfidenzbereich für μ zum asymptotischen Niveau $1 - \alpha$.

59. Zeigen Sie: Ist X N_{μ, σ^2} -verteilt und Y N_{ν, τ^2} -verteilt und sind X und Y unabhängig, dann ist $X + Y$ $N_{\mu+\nu, \sigma^2+\tau^2}$ -verteilt.

60.

- (a) Gegeben seien Zufallsvariablen X_n , $n \in \mathbb{N}$, und X mit $X_n \sim N_{0, \sigma_n^2}$ und $P(X = 0) = 1$. Zeigen Sie, dass $X_n \Rightarrow X$ gilt, wenn $\sigma_n^2 \rightarrow 0$ für $n \rightarrow \infty$.
- (b) Gegeben seien Zufallsvariablen Y_n , $n \in \mathbb{N}$, und Y mit $P(Y_n = a_n) = 1$ und $P(Y = a) = 1$ und eine Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $a_n \downarrow a$. Zeigen Sie, dass $Y_n \Rightarrow Y$ gilt.

Bemerkungen:

- Aufgrund einer anderen Veranstaltung findet die Übung der Gruppe 8 am Freitag, 18.1.2008, zusammen mit der Gruppe 7 um 12.00 Uhr in Hörsaal XIa statt.
- Ich erinnere nochmals an die Termine für Klausur und Nachklausur:
Klausur: Montag, 11.2.2008, 10.15 Uhr bis 12.15 Uhr im Kurt-Alder-Hörsaal der Chemie
Nachklausur: Montag, 31.3.2008, 9.15 Uhr bis 11.15 Uhr in Hörsaal B.
- An der Nachklausur dürfen nur diejenigen teilnehmen, die die Klausur nicht bestanden haben oder am Klausurtag verhindert sind (ärztliches Attest, etc.).
- Bringen Sie zur Klausur bitte Ihren Studierendenausweis und einen Lichtbildausweis (Personalausweis, Führersschein, o.ä.) mit. Hilfsmittel wie Aufzeichnungen, Bücher und Taschenrechner sind nicht erlaubt.