

Übungen zur Statistik I
Serie 11

Abgabe: Dienstag, 7. Juli 2009, vor der Vorlesung

51. Von einer Population mit stetiger Verteilungsfunktion und mit einem eindeutigen Median nehmen wir eine Stichprobe X_1, \dots, X_{10} der Größe 10 mit Werten 5,1 8,0 6,4 16,0 6,1 10,4 9,9 7,2 12,3 0,1.

- a) Wenden Sie die zweiseitige Version des Vorzeichentests vom Niveau $\alpha = 0,1$ an, um die Hypothese $H : m = 5,3$ gegen $K : m \neq 5,3$ zu testen.
- b) Die Verteilungsfunktion sei zusätzlich symmetrisch um den Median m . Testen Sie mit Hilfe der Vorzeichen-Rangstatistik $H : m = 5,3$ gegen $K : m \neq 5,3$ zum Niveau $\alpha = 0,1$.

52. Ein Lehrer teilt eine Schulklasse so in zwei Gruppen zu 10 und 8 Schülern ein, dass beide leistungsmäßig etwa gleich sind. Die erste Gruppe wird nach einer neuen Methode unterrichtet, die zweite zur Kontrolle hingegen weiter nach der alten. Eine Klassenarbeit nach drei Monaten ergibt folgende Punktzahlen:

Gruppe 1	42	53	47	38	46	51	62	60	45	39
Gruppe 2	41	36	33	55	44	35	32	40		

Mit $\alpha = 0,05$ teste man die Hypothese H : „beide Unterrichtsmethoden führen zum gleichen Erfolg“ gegen die Alternative K : „beide Methoden führen nicht zum gleichen Erfolg“. Als x -Stichprobe wähle man die zweite Gruppe.

53. Gegeben seien 4 Populationen, deren Verteilungsfunktionen geshiftete Versionen der gleichen stetigen Verteilungsfunktion seien. Es werden Stichproben mit den folgenden Werten genommen:

- von Population 1: 54,3 59,7 49,5
- von Population 2: 55,1 45,2
- von Population 3: 52,1 54,4 56,9 50,6
- von Population 4: 44,8 47,4 54,2.

Benutzen Sie die Kruskal-Wallis Teststatistik, um zum Niveau 0,05 zu testen, ob die Populationen identisch verteilt sind.

54. 16 Schüler sitzen an Zweier-Tischen und bilden so 8 Paare. Der Lehrer möchte testen, ob die Leistungen der Paare untereinander korreliert sind. In einem zufällig ausgewählten Test werden die Punktzahlen der Schüler links mit X und der Schüler rechts mit Y bezeichnet. Er beobachtet

(6.3, 7.7)	(8.2, 6.4)	(4.1, 2.3)	(9.2, 8.4)
(5.5, 6.7)	(8.3, 3.6)	(7.2, 7.9)	(8.1, 9.5).

- a) Berechnen Sie Spearmans Rang-Korrelationskoeffizienten.
- b) Testen Sie die Hypothese $H : \rho = 0$ gegen $K : \rho > 0$ zum Niveau $\alpha = 0,1$.

55. Seien X_1, \dots, X_n unabhängige Zufallsvariablen mit unbekannter Verteilung und $(Y_1, Z_1), \dots, (Y_n, Z_n)$ unabhängige und identisch verteilte Zufallsvektoren. Geben Sie Teststatistiken an, mit deren Hilfe Sie die folgenden Hypothesen testen können:

- a) Die Verteilung der Zufallsvariablen X_i ist symmetrisch um a .
- b) Die Verteilung der Zufallsvariablen X_i ist eine Gleichverteilung auf $[0, 1]$.
- c) Y_i sind unabhängig von Z_i .