

Übungen zur Statistik für Zeitreihen (Statistik II)  
Serie 7

Abgabe: Dienstag, 1. Dezember 2009, vor der Vorlesung

In den nächsten drei Aufgaben sei  $X_0, X_1, \dots$  eine Markov-Kette mit endlichem Zustandsraum  $E$ . Sie besitze die Übergangsverteilung  $Q$  und die Startverteilung  $\pi$ .

**31.** Konstruieren Sie effiziente Schätzer für  $\pi$  und  $Q$ .

**32.** Konstruieren Sie einen effizienten Schätzer für  $E_\pi f(X_0, X_1, X_2)$ .

**33.** Konstruieren Sie einen effizienten Schätzer für die Zweischnitt-Übergangsverteilung.

**34.** Seien  $Z_t, t \in \mathbb{Z}$ , unabhängige und normalverteilte Zufallsvariablen mit Mittelwert 0 und Varianz  $\sigma^2$ ,  $c$  eine Konstante und  $Y_t, t \in \mathbb{Z}$ , eine stationäre Zeitreihe. Welche der folgenden stochastischen Prozesse sind stationär? Geben Sie für jeden stationären Prozess Mittelwert und Autokovarianzfunktion an.

a)  $X_t = Z_1 \cos(ct) + Z_2 \sin(ct)$ ,

b)  $X_t = Z_t \cos(ct) + Z_{t-1} \sin(ct)$ ,

c)  $X_t = Z_t Z_{t-1}$ ,

d)  $X_t = \begin{cases} Y_t & , \text{ falls } t \text{ gerade} \\ Y_t + 1 & , \text{ falls } t \text{ ungerade} \end{cases}$ .

**35.** Welche der folgenden Funktionen auf  $\mathbb{Z}$  ist Autokovarianzfunktion einer stationären Zeitreihe?

a)  $f(h) = \begin{cases} 1 & , \text{ falls } h = 0 \\ 1/h & , \text{ falls } h \neq 0 \end{cases}$ ,

b)  $f(h) = (-1)^{|h|}$ ,

c)  $f(h) = 1 + \cos\left(\frac{\pi h}{2}\right) - \cos\left(\frac{\pi h}{4}\right)$ .