**Prof. Dr. W. Wefelmeyer**
**Dipl.-Math. Markus Schulz** **Sommersemester 2010**

**Übungen zur Asymptotischen Statistik**
**Serie 6**
Abgabe: Dienstag, 1. Juni 2010, vor der Vorlesung

**26.** Formulieren Sie analoge Aussagen zu den Sätzen 26 und 27 für das Minimum $X_{1:n}$. Beweisen Sie diese wie in der Vorlesung.

**27.** Seien $X_1, \dots, X_n$ unabhängig und identisch verteilt mit Dichte

$$f(x) = (1+x)1_{(-1,0]}(x) + (1-x)1_{(0,1)}(x).$$

Bestimmen Sie die asymptotische Verteilung von $X_{1:n}$ und $X_{n:n}$.

**28.** Seien $X_1, \dots, X_n$ unabhängig und identisch verteilt mit Dichte

$$f(x) = \frac{a}{\pi} \cdot \frac{1}{a^2 + x^2} \quad , x \in \mathbb{R}, a > 0.$$

Bestimmen Sie die asymptotische Verteilung von $X_{1:n}$ und $X_{n:n}$.

**29.** Seien $X_1, \dots, X_n$ unabhängig und identisch verteilt mit Dichte

$$f(x) = e^{-x} 1_{(0,\infty)}(x).$$

Wie sind $X_{n:n} - \log n$ und $nX_{1:n}$ asymptotisch verteilt?

**30.** Den Erwartungswert $Eg(X)$ einer bekannten Funktion $g$ kann man aufgrund unabhängiger Beobachtungen $X_1, \dots, X_n$ mit Dichte $f$ sowohl mit dem empirischen Schätzer als auch mit dem geglätteten empirischen Schätzer, also mit

$$\mathbb{G} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} g(X_i) \quad \text{und} \quad \hat{\mathbb{G}} = \int g(x) \hat{f}(x) dx,$$

schätzen. Hier ist $\hat{f}$ zum Beispiel ein geeigneter Kernschätzer der Dichte $f$. Geben Sie Bedingungen an, unter denen beide Schätzer asymptotisch äquivalent sind, d.h. $n^{1/2}(\hat{\mathbb{G}} - \mathbb{G}) = o_p(1)$. Bestimmen Sie die asymptotische Verteilung.