Prof. Dr. W. Wefelmeyer
Dr. M. Schulz

Wintersemester 2010/11

Übungen zur Einführung in die Stochastik
Serie 11
Abgabe: Dienstag, 11. Januar 2011, vor der Vorlesung

51. Seien $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ unabhängig und identisch verteilt mit Dichte f und Verteilungsfunktion F. Die *empirische Verteilungsfunktion* $\hat{F}_n$ ist definiert durch:

$$\hat{F}_n(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} 1_{(X_i\leq x)}.$$

Sei f stetig in x. Zeigen Sie, dass der geschätzte Differenzenquotient

$$\hat{f}_n(x) = \frac{\hat{F}_n(x+b_n) - \hat{F}_n(x-b_n)}{2b_n}$$

ein konsistenter Schätzer für $f(x)$ ist, wenn $b_n \to 0$ und $nb_n \to \infty$.

52. Was schätzt der Kernschätzer $\hat{f}_n(x)$ unter den Voraussetzungen von Proposition 19.1, wenn die Dichte f in x nicht stetig ist, aber linke und rechte Limites $f(x-)$ und $f(x+)$ besitzt?

53. Seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängig und G_p-verteilt. Berechnen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer für p.

54. Seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängig und identisch verteilt mit Dichte

$$f_{\mu,\sigma^2}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\,\frac{1}{x}\,e^{-\frac{(\log x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,1_{(0,\infty)}(x).$$

Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer für $\vartheta = (\mu, \sigma^2)$.

55. Seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängig und gleichverteilt auf $\left[\vartheta - \frac{1}{2}, \vartheta + \frac{1}{2}\right]$. Geben Sie einen Maximum-Likelihood-Schätzer für ϑ an.

Heiteres aus der Stochastik:

97,3% aller Statistiken sind frei erfunden!

87,166253% der Statistiken spiegeln eine Genauigkeit vor, die durch die angewandte Methode nicht gerechtfertigt wird.

★★★

Wir wünschen Ihnen ein schönes Weihnachtsfest und alles Gute für das neue Jahr.