Prof. Dr. W. Wefelmeyer **Wintersemester 2010/11**
Dr. M. Schulz

Übungen zur Einführung in die Stochastik
Serie 13
Abgabe: Dienstag, 25. Januar 2011, vor der Vorlesung

61. Geben Sie in den beiden folgenden Fällen einen besten Test für $H = \{P\}$ gegen $K = \{Q\}$ zum Niveau $\alpha = 1/3$ an:
(a) P ist die Gleichverteilung auf $(0, 2)$, Q die Gleichverteilung auf $(1, 3)$.
(b) P ist die Gleichverteilung auf $(0, 2)$, Q besitzt die Dichte

$$q(x) = x\, 1_{(0,1)}(x) + \frac{1}{2}\, 1_{[1,2)}(x).$$

62. Bei einer Razzia findet die Polizei bei einem Glücksspieler eine Münze, von der ein anderer Spieler behauptet, dass „Zahl" mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 0,75$ statt mit $p = 0,5$ erscheint. Aus Zeitgründen kann die Münze nur 10 Mal überprüft werden. Wählen Sie Nullhypothese und Alternative gemäß dem Rechtsgrundsatz „In dubio pro reo" (d.h. „Im Zweifel für den Angeklagten") und geben Sie einen zugehörigen Test zum Irrtumsniveau $\alpha = 0,01$ an. (Taschenrechner verwenden!)

63. Seien X_i, $i \in \mathbb{N}$, unabhängige und G_p-verteilt. Bestimmen Sie den Neyman-Pearson-Test zum Niveau α für p gegen $q > p$. Wie lässt sich der kritische Wert asymptotisch bestimmen?

64. Zeigen Sie: Die *Beta-Verteilungen* mit Dichten

$$f_{a,b}(x) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}\, x^{a-1}(1-x)^{b-1}\, 1_{[0,1]}(x), \quad a > 0, b > 0,$$

bilden eine exponentielle Familie.

65. Zeigen Sie: Die Verteilungen mit Dichten

$$f_{\lambda,\mu}(x) = \Big(\frac{\lambda}{2\pi x^3}\Big)^{1/2} \exp\Big(-\frac{\lambda(x-\mu)^2}{2\mu^2 x}\Big) 1_{(0,\infty)}(x), \quad \lambda > 0, \mu > 0,$$

bilden eine exponentielle Familie.

Heiteres aus der Stochastik:

...und dann war da noch der Statistiker, der in einem Fluss ertrank, der im Durchschnitt nur 10 cm tief war.