Prof. Dr. W. Wefelmeyer **Wintersemester 2010/11**
Dr. M. Schulz

Übungen zur Einführung in die Stochastik
Serie 14
Abgabe: Dienstag, 1. Februar 2011, vor der Vorlesung

66. (4 Punkte) Seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängig mit Dichte

$$\frac{1}{2\lambda} e^{-|x|/\lambda}\ , \quad \lambda > 0.$$

a) Wie ist $\sum_{i=1}^n |X_i|$ verteilt?

b) Zeigen Sie, dass $(X_1, \ldots, X_n)$ nach einer exponentiellen Familie verteilt ist und monotonen Dichtequotienten hat.

c) Bestimmen Sie einen gleichmäßig besten Test zum Niveau α für $\lambda \leq \lambda_0$ gegen $\lambda > \lambda_0$.

67. (4 Punkte) Seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängig und N_{μ_0,σ^2}-verteilt mit bekanntem Mittelwert μ_0.

a) Wie ist $\sum_{i=1}^n (X_i - \mu_0)^2$ verteilt?

b) Zeigen Sie, dass $(X_1, \ldots, X_n)$ nach einer exponentiellen Familie verteilt ist und monotonen Dichtequotienten hat.

c) Bestimmen Sie einen gleichmäßig besten Test zum Niveau α für $\sigma^2 \leq \sigma_0^2$ gegen $\sigma^2 > \sigma_0^2$.

68. (4 Punkte) Seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängig und E_a-verteilt mit unbekanntem a. Bestimmen Sie einen Konfidenzbereich für a zum Niveau $1 - \alpha$.

69. (4 Bonuspunkte) Zeigen Sie: Ist X N_{μ,σ^2}-verteilt und Y N_{ν,τ^2}-verteilt und sind X und Y unabhängig, dann ist $X + Y$ $N_{\mu+\nu,\sigma^2+\tau^2}$-verteilt.

70. (4 Bonuspunkte) Seien $X, X_1, X_2, \ldots$ Zufallsvariablen mit Werten in $\mathbb{N}_0$. Zeigen Sie, dass dann die folgenden Aussagen äquivalent sind:
a) $X_n \Rightarrow X$
b) $P(X_n = k) \xrightarrow{n\to\infty} P(X = k)$ für alle $k \in \mathbb{N}_0$.

Zitate:

Ich glaube nur an Statistiken, die ich selbst gefälscht habe.
Sir Winston Churchill

Es gibt drei Arten von Lügen: Lügen, infame Lügen und Statistik.
Benjamin Disraeli, Earl of Beaconsfield