Prof. Dr. W. Wefelmeyer
M. Sc. Christoph Heuser

Sommersemester 2014

Übungen zur Statistik für Zeitreihen
Serie 8

Abgabe: Dienstag, 17. Juni 2014, vor der Vorlesung

36. Seien (X_t) und (Y_t) zwei schwach stationäre und zentrierte Prozesse mit der gleichen Autokovarianzfunktion, und (Y_t) sei ein ARMA(p,q)-Prozess. Zeigen Sie, dass dann auch (X_t) ein ARMA(p,q)-Prozess sein muss.

37. Charakterisieren Sie die komplexwertigen Zufallsvariablen A, die zu ihrem komplex Konjugierten unkorreliert sind.

38. Sei

$$\gamma(s) = \begin{cases} 1 & , s = 0 \\ c & , s = \pm 1 \\ 0 & , \text{sonst} \end{cases}.$$

Dann ist γ Autokovarianz-Funktion eines stationären Prozesses genau dann, wenn $|c| \leq 1/2$. Welche Zeitreihe hat diese Autokovarianz-Funktion?

39. a) Sei $X_t = Z_t + \varphi Z_{t-1}$ ein MA(1)-Prozess. Was ist seine Spektraldichte?
b) Sei $X_t - \varrho X_{t-1} = Z_t$ ein AR(1)-Prozess mit $|\varrho| \neq 1$. Was ist seine Spektraldichte?

40. Seien (X_t) und (Y_t) unkorrelierte schwach stationäre Prozesse mit Spektralverteilungsfunktion F und G. Zeigen Sie, dass $(X_t + Y_t)$ schwach stationär ist, und berechnen Sie die Spektralverteilungsfunktion.