

Themenkataloge für die Zentralklausuren der Zusatzprüfung Sekundarstufe I

Elementare Analysis, Lineare Algebra, Elementare Algebra

Elementare Analysis

- 1) Vollständige Induktion, Binomischer Satz: $(a + b)^n = \dots$
- 2) Ungleichungsrechnen, absolute Beträge, Intervalle in \mathbb{R}
- 3) Schranken (untere, obere), Infimum, Supremum
- 4) Axiomatische Kennzeichnung des Körpers \mathbb{R}
- 5) Folgen und Reihen reeller Zahlen; Konvergenzbegriff für diese, Regeln für Grenzwerte, Cauchysches Konvergenzkriterium
- 6) Geometrische Reihe, Majoranten-, Quotienten- und Wurzel-Kriterium für absolute Konvergenz von Reihen
- 7) Stetigkeit reellwertiger Funktionen einer reellen Veränderlichen, Zwischenwertsatz, Satz über die Existenz von Extremwerten
- 8) Differenzierbarkeit reellwertiger Funktionen einer reellen Veränderlichen:
 - a) Summen-, Produkt- und Kettenregel
 - b) Mittelwertsatz der Differentialrechnung
 - c) die L'Hospital'sche Regeln
 - d) Taylorscher Satz
- 9) Spezielle Funktionen: Ganz-rationale Funktionen auf \mathbb{R} , Wurzelfunktionen, \exp , \ln , \sin , \cos , \tan , \sinh , \cosh , \arcsin , \arccos , \dots und ihre Haupteigenschaften (insbesondere die Additionstheoreme für \exp , \sin , \cos , Werte- und Monotonie-Verhalten)
- 10) Konvergente Potenzreihen, insbesondere deren Differentiation und Integration
- 11) Notwendige und hinreichende Kriterien für Stellen lokaler Extrema von reellwertigen Funktionen einer reellen Veränderlichen, ausgedrückt mittels Ableitungen
- 12) Das Integral von stückweis-stetigen reellwertigen Funktionen über kompakten Intervallen von \mathbb{R}
- 13) Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung
 - a) Stammfunktion.
 - b) Partielle Integration, Substitutionsregel
 - c) Integration rationaler Funktionen

Lineare Algebra

- 1) Gruppenbegriff und Körperbegriff; Endlichdimensionale Vektorräume über einem Körper K , insbesondere über \mathbb{R} und \mathbb{C} : Lineare Abhängigkeit, Basen, Dimension; Isomorphie eines n -dimensionalen Vektorraums über K mit K^n , Koordinatensysteme
- 2) Vektorunterräume und affine Unterräume (= lineare Mannigfaltigkeiten), Parameterdarstellung; Vektorunterräume zu affinen Unterräumen (= Richtungsvektorräume von affinen Unterräumen); Geraden, Ebenen, Hyperebenen
- 3) Lineare Abbildungen und Matrizen: Rang und Defekt linearer Abbildungen; Zusammenhang zwischen linearen Abbildungen und Matrizen; Elemente der Matrizentheorie (bis zur Inversen), Basiswechsel
- 4) Lineare Gleichungssysteme (Theorie und determinatenfreies Lösungsverfahren): Zusammenhang zwischen affinen Unterräumen und linearen Gleichungssystemen; gegenseitige Lage und Durchschnitt von affinen Unterräumen
- 5) Determinanten: Cramersche Regel, Rangbestimmung durch Determinanten, Laplacescher Entwicklungssatz (nach einer Zeile oder Spalte), Multiplikationssatz
- 6) Euklidische und unitäre Vektorräume: Skalarprodukt, metrische Grundbegriffe, Orthonormalbasis, Orthonormalisierung; Isometrie zu \mathbb{R}^n bzw. \mathbb{C}^n mit dem Standard-Skalarprodukt, kartesische Koordinatensysteme, Übergang zwischen zwei kartesischen Koordinatensystemen, orthogonale (unitäre) Matrizen; orthogonales Komplement, Vektorprodukt, Normalenvektor einer Hyperebene; Volumen von Parallelepipeden

Elementare Algebra

- 1) Die ganzen Zahlen: größter gemeinsamer Teiler, eindeutige Primfaktorzerlegung, Kongruenzen
- 2) Gruppen: Homomorphismen, Normalteiler, Nebenklassen, Permutationsgruppen, zyklische Gruppen, endliche abelsche Gruppen
- 3) Ringe: Ideale, Homomorphismen, Quotientenkörper
- 4) Polynome: Euklidischer Algorithmus, größter gemeinsamer Teiler, eindeutige Zerlegung in irreduzible Faktoren, Partialbruchzerlegung, Polynome mit ganzzahligen Koeffizienten, transzendente Elemente, Hauptidealringe und faktorielle Ringe

Dieser Algebra-Katalog ist dem Inhaltsverzeichnis des Buches *Undergraduate Algebra* von S. LANG entnommen; die Kapitel I bis IV dieses Buches definieren den für die SI-Prüfung vorausgesetzten Stoff.