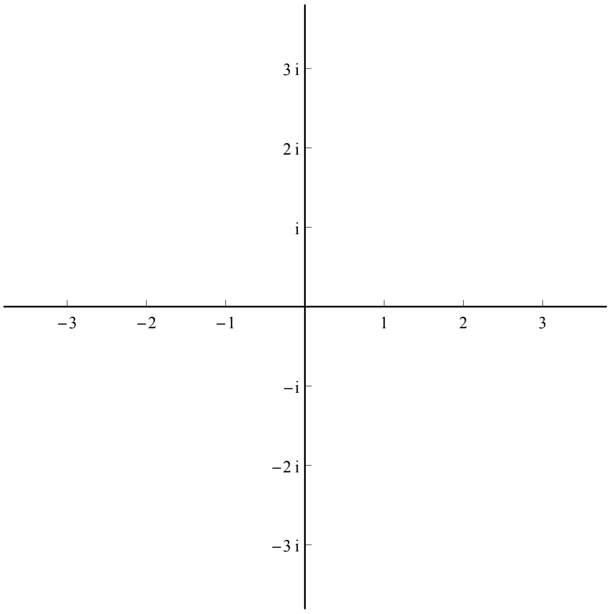
Name: | Aufgabe 1

Wir setzen $z = 0.24569145 + 1.75430855\ i$ und $w = 1.75430855 + 0.24569145\ i$.

(a) Skizzieren Sie in der Gauß-Ebene die zu z, w, $z + w$ und zw gehörenden Stellen.



Berechnen Sie:

(b) $\arg(zw)$.

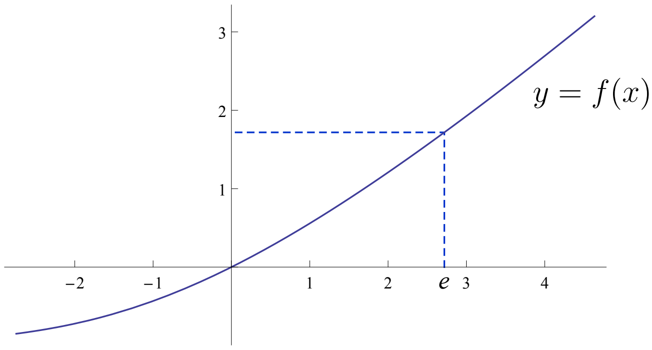
(c) $\left| \dfrac{4(\overline{z})^4\ z\ \overline{w}}{(2+2i)\ \ w^6} \right|$.

NAME: AUFGABE 2

Die Funktion $g : (-1, \infty) \to \mathbb{R}$, definiert durch $g(x) = x + \ln(1 + x)$, ist streng monoton wachsend. Sei f die inverse Funktion von g.

(a) Zeigen Sie, dass $f(e^x - 1 + x) = e^x - 1$ für $x \in \mathbb{R}$.

(b) Berechnen Sie $f'(e)$.

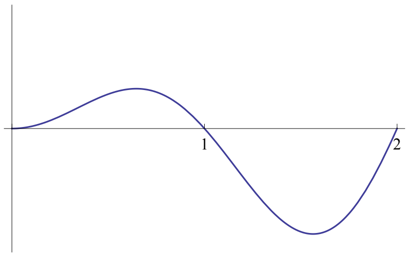


Name:	Aufgabe 3	

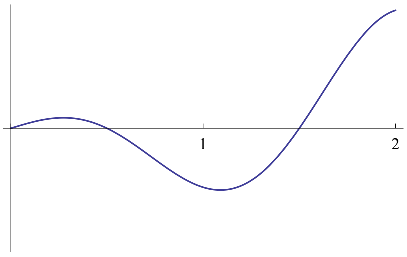
Zeigen Sie: $\exp(-x) \leq \dfrac{1}{1 + x + \frac{1}{2}x^2}$ für alle $x \geq 0$.

NAME: AUFGABE 4

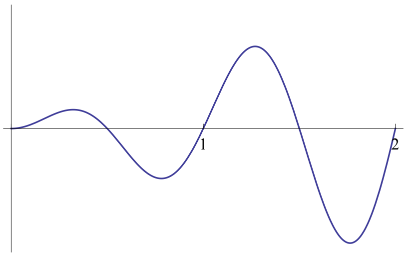
(a) Welche Skizze passt zu der Funktion $f : [0, 2] \to \mathbb{R}$, definiert durch $f(x) = x \cos(\pi x)$.



☐



☐



☐

Begründen Sie Ihre Wahl.

(b) Stimmt es, dass es für diese Funktion eine Stelle $a \in [0, 2]$ gibt mit $f'(a) = 3$?

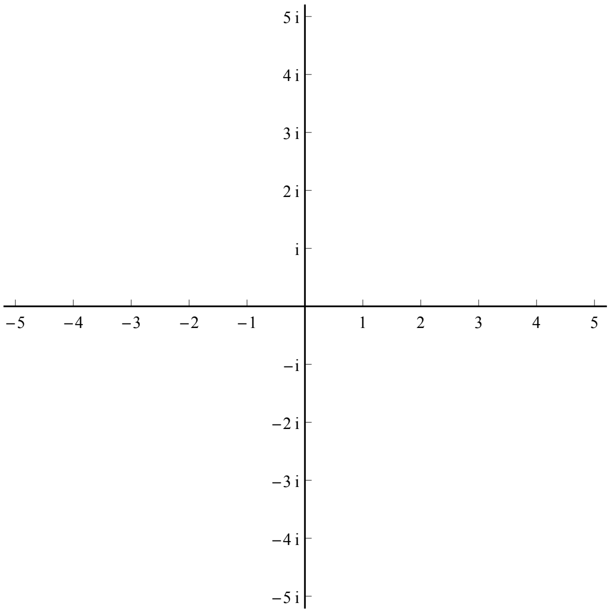
Begründen Sie Ihre Antwort.

NAME: | AUFGABE 5

Bestimmen Sie für welche $z \in \mathbb{C}$ die Funktion f durch

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n^\pi + \pi^n}$$

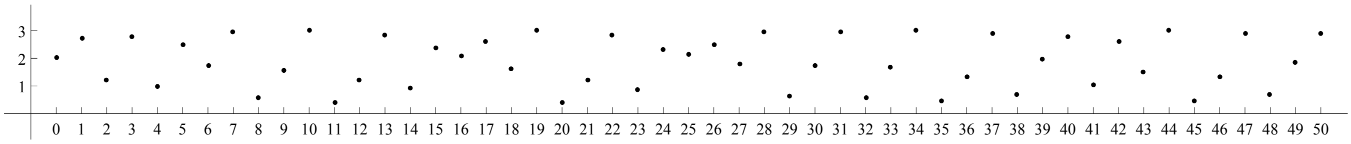
wohldefiniert ist und geben Sie eine Skizze dieser Zahlen in der Gauß-Ebene.



Name: | Aufgabe 6

(a) Wie definiert man einen Häufungswert der Folge $\{a_n\}_{n=0}^{\infty} \subset \mathbb{R}$?

Wir betrachten weiter die Folge $\{a_n\}_{n=0}^{\infty} \subset \mathbb{R}$, definiert durch $a_0 = 2$ und $a_{n+1} = 3\sin(a_n)$.



Eine Skizze zu $n \mapsto a_n$

(b) Hat diese Folge $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ einen Häufungswert?

Name:	Aufgabe 7	

Für welches Polynom $x \mapsto p(x)$ von Grad 4 gilt $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos(x^2) - p(x)}{x^4} = 1$?

NAME: AUFGABE 8

(a) Zeigen Sie, dass

$$\int_1^\infty \frac{x}{1+x^4} \ln(x)\, dx$$

wohldefiniert ist.

(b) Berechnen Sie mit Hilfe der Substitution $y = x^{-1}$ die Zahl C derart, dass

$$\int_1^\infty \frac{x}{1+x^4} \ln(x)\, dx = C \int_0^1 \frac{x}{1+x^4} \ln(x)\, dx.$$