

Analysis 1
Übungsblatt 3

Aufgabe 1 (0 Punkte): Wir betrachten $\mathbb{Q}[i] := \{p + qi \in \mathbb{C} ; p, q \in \mathbb{Q}\}$ als Teilmenge von \mathbb{C} . Ist $(\mathbb{Q}[i], +, \cdot)$ ein Körper?

Aufgabe 2: Schreiben Sie die folgenden Ausdrücke in der Form $a + ib$, mit $a, b \in \mathbb{R}$.

(a) $(2 + 3i)^4$

(d) $\frac{(1 + i)^{1000}}{(2 - i2\sqrt{3})^{249}}$

(b) $\frac{9 - 2i}{4 + 7i}$

(c) $\frac{2 + 3i}{2 + 3i} \cdot \frac{4 - i}{4 - i}$

(e) $\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)^3$

Aufgabe 3: Berechnen Sie alle Lösungen der folgenden Gleichungen.

(a) $z^4 = 4$

(b) $z^4 = i$

(c) $z^3 = -1 + i$

(d) $z^2 = 8i$

(e) $z^2 - (1 + 2i)z - 1 + i = 0$

Aufgabe 4: Berechnen Sie alle Nullstellen der folgenden Polynome.

(a) $(2 - 3i)z^2 + (7 + 9i)z - (46 + 22i)$

(b) $z^4 + z^2(\sqrt{3} - i) - i\sqrt{3}$

Aufgabe 5:

(a) Zeigen Sie, dass $\sin(x) + \cos(x) = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

(b) Schreiben Sie den exakten Wert von $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ mithilfe von Wurzeln und ohne trigonometrische Funktionen.

(c) Schreiben Sie den exakten Wert von $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{7}{4}\pi\right)$ mithilfe von Wurzeln und ohne trigonometrische Funktionen.

Hinweis: Additionstheoreme