

Analysis 1
Übungsblatt 8

Aufgabe 1: Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Reihen.

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(n_5 + 1)^k}{k^7 + n_7} z^k$

(d) $\sum_{k=1}^{\infty} k^k z^k$

(b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(n_3 + 1)k + 5} z^{k!}$

(e) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2 + \sin(k^2)}{k^2} z^k$

(c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} z^{(n_2+1)k}$

Aufgabe 2: (a) Für welche $z \in \mathbb{C}$ konvergiert $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(|n_6 - 7| + 1)^k}{k^2} z^k$?

(b) Für welche $z \in \mathbb{C}$ konvergiert $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(|n_2 - 2| + 2)^k + k^2} z^k$?

(c) Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k + n_4} x^k$?

Aufgabe 3: Beweisen oder widerlegen Sie:

(a) $\left(\sum_{n=0}^{\infty} z^n \right)^2 = \sum_{n=0}^{\infty} z^{2n}$ für alle $z \in \mathbb{C}$ mit $|z| < 1$.

(b) $\left(\sum_{n=0}^{\infty} z^n \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} (-z)^n \right) = \sum_{n=0}^{\infty} z^{2n}$ für alle $z \in \mathbb{C}$ mit $|z| < 1$.

Aufgabe 4: (a) Für welche $z \in \mathbb{C}$ konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^k$$

(b) Berechnen Sie den Wert dieser Reihe, falls er existiert.