NAME:

AUFGABE 1

Für welche $z \in \mathbb{C}$ gilt $e^z = -1$?

Name: Aufgabe 2

Betrachten Sie die Gleichung $z^5 + 32 = 0$ für $z \in \mathbb{C}$.

(a) Zeigen Sie, dass für jede Lösung gilt, dass $|z| = 2$.

(b) Schreiben Sie die Lösungen in der Form

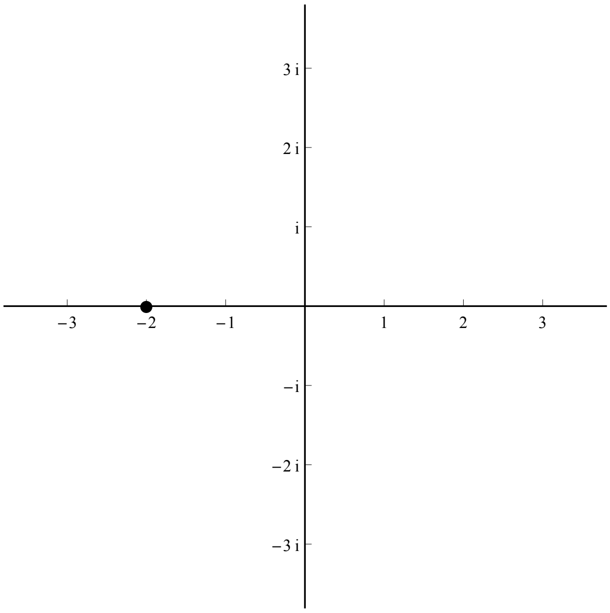
$$z = r \exp(i\varphi)$$

mit $r \in \mathbb{R}$ und $\varphi \in [0, 2\pi)$ und skizzieren Sie die Lösungen in der Gauß-Ebene.

(c) Berechnen Sie das Polynom

$$p(z) = \frac{z^5 + 32}{z + 2}.$$

(d) Welche Lösungen in $z \in \mathbb{C}$ hat $p(z) = 0$?



Name:	Aufgabe 3	

(a) Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt $\arcsin(\sin(x)) = x$?

(b) Für welche $y \in \mathbb{R}$ gilt $\sin(\arcsin(y)) = y$?

Begründen Sie Ihre Antworten.

Name: Aufgabe 4

(a) Geben Sie die Definition für:

Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist differenzierbar an der Stelle a.

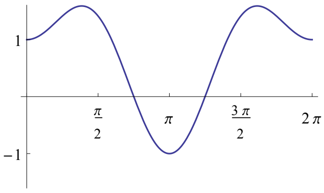
(b) Ist die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - 1 - x}{x} & \text{für } x \neq 0, \\ 0 & \text{für } x = 0, \end{cases}$$

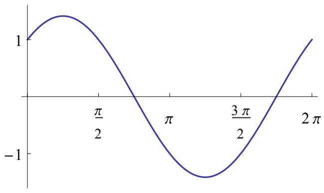
differenzierbar in 0?

Name: Aufgabe 5

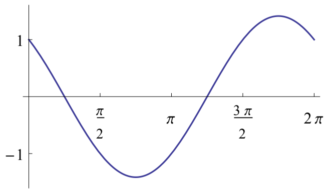
(a) Welche Skizze passt zu der Funktion $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$, definiert durch $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$?



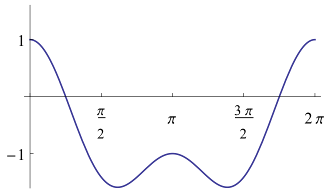
☐



☐



☐



☐

Begründen Sie Ihre Wahl.

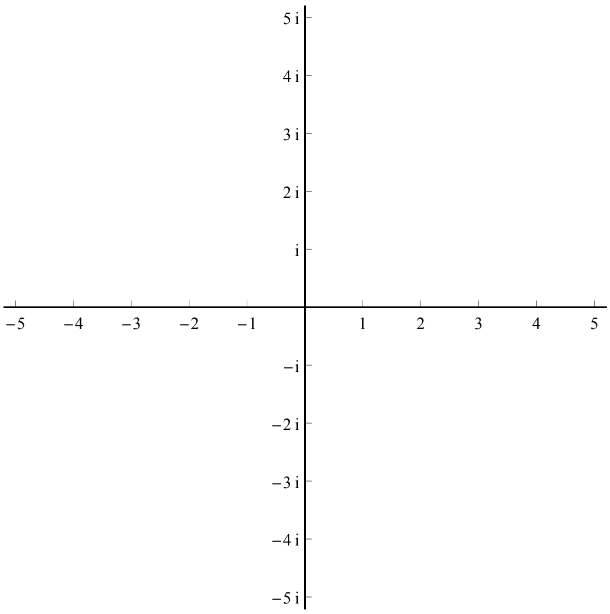
(b) Berechnen Sie das Maximum von f auf $[0, 2\pi]$.

Name:	Aufgabe 6	

Bestimmen Sie für welche $z \in \mathbb{C}$ die Funktion f durch

$$f(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{z}{\arctan(k)} \right)^k$$

wohldefiniert ist und geben Sie eine Skizze dieser Zahlen in der Gauß-Ebene.



Name:	Aufgabe 7	

Berechnen Sie $\displaystyle\int_1^2 x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) dx$.

Name: | Aufgabe 8

Wir betrachten

$$\int_0^\infty \frac{1}{x\sqrt{x}+\sqrt{x}}dx$$

(a) Zeigen Sie, dass dieses Integral wohldefiniert ist.

(b) Berechnen Sie dieses Integral.