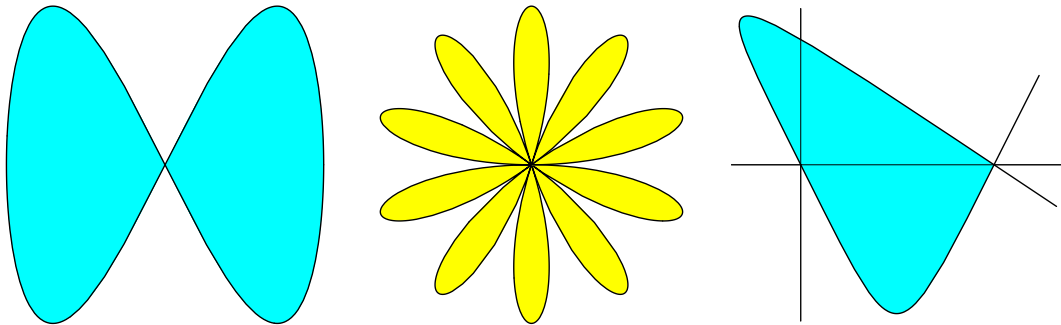


Analysis II
 Übungsblatt 2

Diese Hausaufgaben werden in den Übungen in der Woche ab 17.04.07, 10:00 Uhr besprochen.

Aufgabe 1. Berechnen Sie die Flächeninhalte von den Gebieten, die umschlossen werden von

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $f(t) = (\cos t, \sin 2t)$,
2. $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $g(t) = (|\sin(5t)| \cos t, |\sin(5t)| \sin t)$ und
3. $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $h(t) = (t^4 - t^3 + t, 2t^3 - 2t)$.



Aufgabe 2. Sei $g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$ eine zweimal differenzierbare glatte Kurve und definieren wir die Kurve $\gamma: [a, b] \rightarrow \mathbb{C}$ durch

$$\gamma(t) = g_1(t) + ig_2(t).$$

Zeigen Sie, dass für die Krümmung gilt

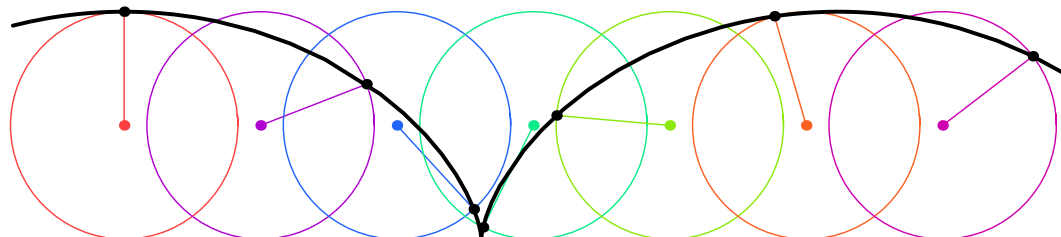
$$\kappa = \frac{|\operatorname{Im}(\bar{\gamma}'\gamma'')|}{|\gamma'|^3}.$$

Aufgabe 3. Gegeben ist die Kurve $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit $f(t) = (t, t^2, t^3)$. Geben Sie am Punkt $(1, 1, 1)$ ein orthogonales Dreiein an, das aus dem Tangentialeinheitsvektor, dem Hauptnormalenvektor und einem dritten Vektor besteht.

Aufgabe 4. Wir betrachten $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $f(t) = (3 \cos t, 2 \sin t)$.

1. Skizzieren Sie die Spur.
2. Berechnen Sie die Stellen, an denen die Krümmung minimal bzw. maximal ist.

Aufgabe 5. Ein Punkt auf dem Rand von einem Rad (mit Radius 1), das sich abrollt, beschreibt eine Kurve, die man Zykloide nennt: $z: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $z(t) = (t + \sin t, \cos t)$. Beweisen Sie, dass die Evolute dieser Zykloide eine verschobene Zykloide ist.



(bitte wenden)

Aufgabe 6. Berechnen Sie die Evolute zu $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit $f(t) = (\cos t, t, \sin t)$.

Aufgabe 7. Die Kurve $p : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $p(t) = ((1 + \cos t) \cos t, (1 + \cos t) \sin t)$ ist eine sogenannte Limaçon de Pascal. Zeigen Sie, dass die Evolute ähnlich zu dieser Limaçon ist. Zwei Figuren heißen in diesem Zusammenhang zueinander ähnlich, wenn sie durch Drehungen, Verschiebungen, Skalierungen und Spiegelungen ineinander überführt werden können.