

Analysis II
Übungsblatt 0

Diese Aufgaben werden in den Übungen der zweiten Vorlesungswoche besprochen. Sie müssen nicht eingereicht werden.

1. Zeigen Sie $\sin\left(\frac{1}{12}\pi\right) = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$. *Hinweis:* $\left(\cos\left(\frac{1}{12}\pi\right) + i\sin\left(\frac{1}{12}\pi\right)\right)^2 = \cos\left(\frac{1}{6}\pi\right) + i\sin\left(\frac{1}{6}\pi\right)$.

2. Vereinfachen Sie $\operatorname{Im}\left(34\left(5\cos\left(\frac{6}{7}\pi\right) - 5i\sin\left(\frac{6}{7}\pi\right)\right)^{21}\right)$.

3. Berechnen Sie wenn möglich:

(a) $\int_0^{1/2} \frac{1}{x \ln(x)} dx$,

(b) $\int_{1/2}^1 \frac{1}{x \ln(x)} dx$,

(c) $\int_0^{1/2} \frac{1}{x(\ln(x))^2} dx$,

(d) $\int_{1/2}^1 \frac{1}{x|\ln(x)|^{1/2}} dx$.

4. Ist $\int_0^\infty \frac{\sin(x)}{\sqrt{x}} dx$ uneigentlich Riemann-integrierbar?

5. Beweisen Sie, dass für alle $a, b, c \in \mathbb{R}$ gilt

$$ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2.$$

6. Gilt auch

$$ab + bc + ca \leq \frac{1}{2}a^2 + b^2 + \frac{5}{2}c^2$$

für alle $a, b, c \in \mathbb{R}$?

7. Sei n die letzte und m die vorletzte Ziffer Ihrer Matrikelnummer. Setzen Sie $k = |n - m| + 3$.

Skizzieren Sie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = \sum_{\ell=1}^k \sin\left(x + 2\frac{\ell}{k}\pi\right)$.