

Analysis III
Übungsblatt 10

Diese Hausaufgaben werden am Montag, den 07.01.08 um 13:00 Uhr eingesammelt. Bitte schreiben Sie auf Ihre Lösung Ihren Namen und Ihre Gruppennummer und werfen Sie sie in den Briefkasten im Keller des Mathematischen Instituts.

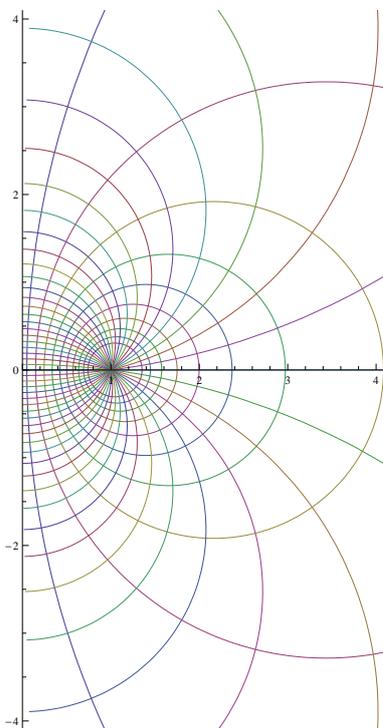
Aufgabe 1. *In Anwendungen aus der Elektrotechnik werden manchmal Toruskoordinaten verwendet:

$$x = \frac{\sinh(r) \cos(\beta)}{\cosh(r) - \cos(\alpha)},$$

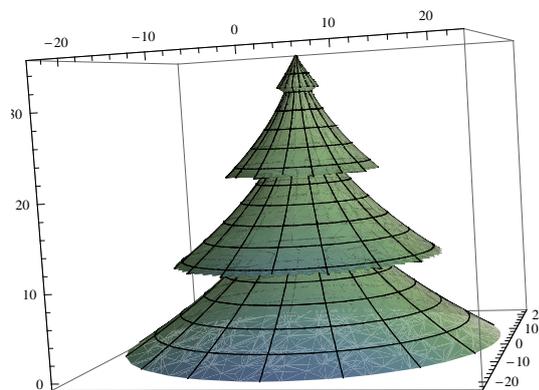
$$y = \frac{\sinh(r) \sin(\beta)}{\cosh(r) - \cos(\alpha)},$$

$$z = \frac{\sin(\alpha)}{\cosh(r) - \cos(\alpha)}.$$

1. Machen Sie überzeugend klar, warum man mit $(r, \alpha, \beta) \in [0, \infty) \times (-\pi, \pi] \times (-\pi, \pi]$ fast jeden Punkt $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ erreichen kann.
2. Zeigen Sie, dass man mit der Abbildung $\Phi : (r, \alpha, \beta) \mapsto (x, y, z)$ in fast jedem Punkt $(r_0, \alpha_0, \beta_0) \in \mathbb{R}^3$ lokal einen Diffeomorphismus bilden kann. In welcher Nullmenge läßt sich lokal kein solcher Diffeomorphismus bilden?
3. Berechnen Sie $\det \Phi'$ und $\det (\Phi^{inv})'$, wo diese definiert sind.



Toruskoordinaten für $\beta = 0$



Die Menge T

(bitte wenden)

*Für die richtige Lösung dieser Aufgabe gibt es 10 Punkte.

Aufgabe 2. Berechnen Sie $\lambda(T)$ für

$$T = \left\{ (x, y, z); 10\sqrt{x^2 + y^2} \leq (35 - z) \left(5 + \arctan \left(\tan \left(\pi \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{10} \right) \right) \right) \right) \text{ und } z \geq 0 \right\}.$$

Aufgabe 3. Berechnen Sie den Inhalt der Oberfläche von $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 = z^2 \leq 1\}$ und skizzieren Sie die Menge.