

Analysis III  
Übungsblatt 12

Diese Hausaufgaben werden am Montag, den 21.01.08 um 13:00 Uhr eingesammelt. Bitte schreiben Sie auf Ihre Lösung Ihren Namen und Ihre Gruppennummer und werfen Sie sie in den Briefkasten im Keller des Mathematischen Instituts.

**Aufgabe 1. (6 Punkte)** Zeigen Sie, dass für  $\omega \in \Lambda^k(V^*)$  und  $\eta \in \Lambda^m(V^*)$  gilt:

$$\omega \wedge \eta = (-1)^{km} \eta \wedge \omega$$

**Aufgabe 2. (6 Punkte)** Sei  $\{e_1, \dots, e_k\}$  eine Basis für  $V$  und sei  $\{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_k\}$  die duale Basis für  $V^*$ . Sei  $\omega \in \Lambda^m(V^*)$  mit  $1 \leq m < k$ . Zeigen Sie:

$$\sum_{i=1}^k \varepsilon_i \wedge (e_i \lrcorner \omega) = m \omega$$

**Aufgabe 3. (8 Punkte)** Sei  $V$  ein endlichdimensionaler Vektorraum und seien  $\omega_1, \dots, \omega_k \in \Lambda^1(V^*)$ . Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

1.  $\{\omega_1, \dots, \omega_k\}$  ist linear unabhängig.
2.  $\omega_1 \wedge \dots \wedge \omega_k \neq 0$ .