

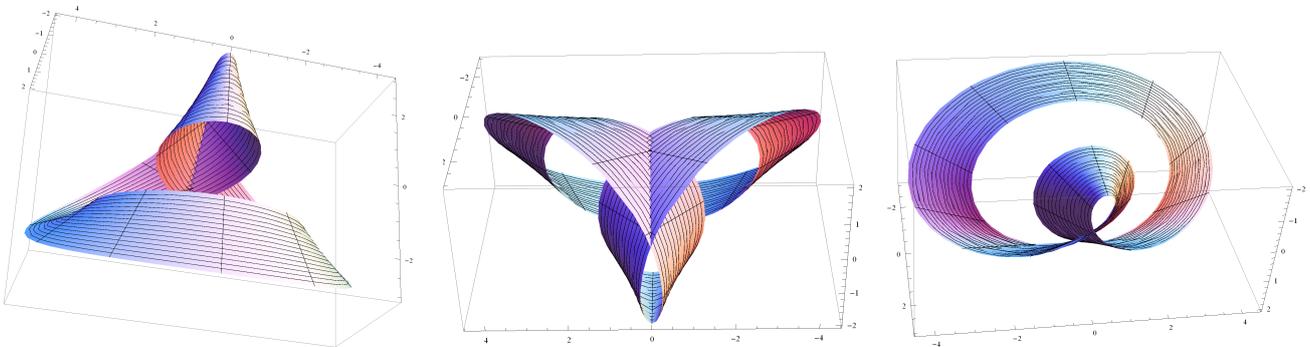
Analysis III  
Übungsblatt 11

Diese Hausaufgaben werden am 13.01.2011 um 13:00 Uhr eingesammelt. Bitte schreiben Sie auf Ihre Lösung Ihren Namen und Ihre Gruppennummer und werfen Sie sie in einen der Briefkästen im Keller des Mathematischen Instituts.

**Aufgabe 1.** Wir betrachten  $X := (-2\pi, 2\pi) \times (1, 3)$  und  $f : X \rightarrow \mathbb{R}^3$ , gegeben durch

$$f(x, y) = \begin{pmatrix} 2 \cos(x) \\ 2 \sin(x) - y \cos\left(\frac{x}{2}\right) \\ y \sin\left(\frac{x}{2}\right) \end{pmatrix}.$$

1. Ist  $f$  eine Immersion?
2. Unten sehen Sie  $f(X)$  aus verschiedenen Blickwinkeln. Argumentieren Sie, ob  $f(X)$  eine Mannigfaltigkeit ist.



**Aufgabe 2.** Oben auf dem Weihnachtsbaum ist eine Spitze angebracht. Der kugelförmige Teil wird beschrieben durch

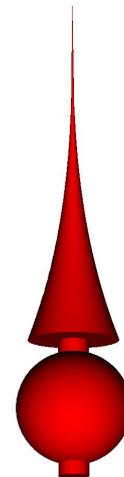
$$\frac{1}{9} \leq x^2 + y^2 = -\frac{11}{16} - z^2 - 3z,$$

der obere Teil durch

$$0 \leq z = 8 - 8\sqrt[6]{x^2 + y^2}.$$

Berechnen Sie den Flächeninhalt des oberen Teils.

*Hinweis:* Bei Integrationsproblemen gibt es Hilfe unter <http://integrals.wolfram.com/index.jsp>.



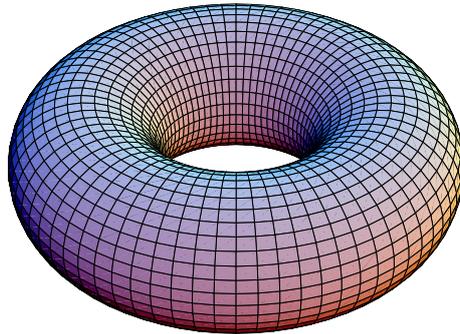
Die Weihnachtsbaumspitze.

(bitte wenden)

Die folgenden unbewerteten Zusatzaufgaben dienen der weiteren Vertiefung:

**Aufgabe 3.** Berechnen Sie den Inhalt der Oberfläche des Torus, der durch  $g_{2,1}$  beschrieben wird.

**Aufgabe 4.** Zeigen Sie, dass ein Torus einen Atlas aus zwei Karten besitzt.



**Aufgabe 5.** Zeigen Sie, dass die Sphäre  $S^{n-1} = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x\| = 1\}$  einen Atlas aus zwei Karten besitzt.