

Gewöhnliche Differentialgleichungen  
Übungsblatt 1

Diese Hausaufgaben werden am 16.10.08 um 13:00 Uhr eingesammelt. Bitte schreiben Sie auf Ihre Lösung Ihren Namen und Ihre Gruppennummer und werfen Sie sie in den Briefkasten im Keller des Mathematischen Instituts.

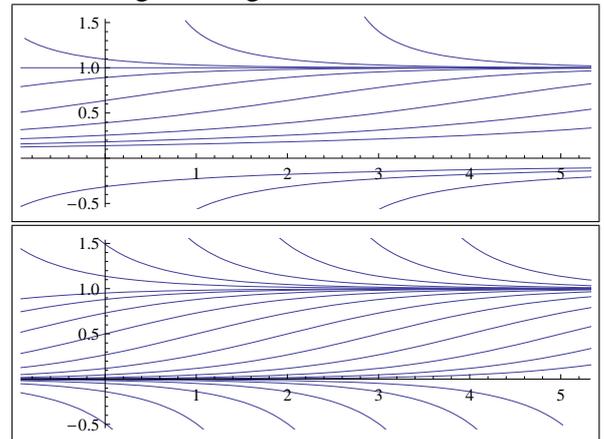
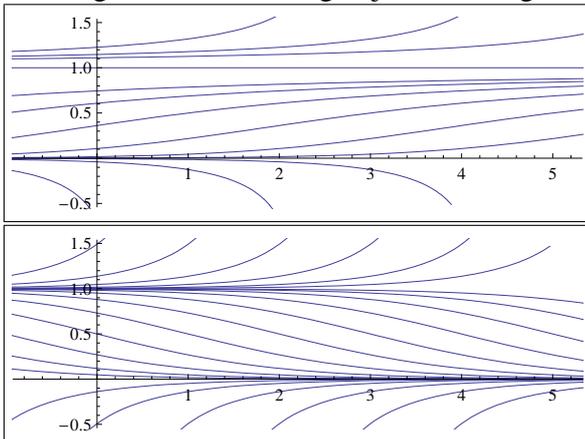
**Aufgabe 1.** Man gebe alle Lösungen an von

- |                         |                          |
|-------------------------|--------------------------|
| i. $y'(x) = y(x);$      | iii. $y'(x) = 1 - y(x);$ |
| ii. $y''(x) = \sin(x);$ | iv. $y''(x) = y(x).$     |

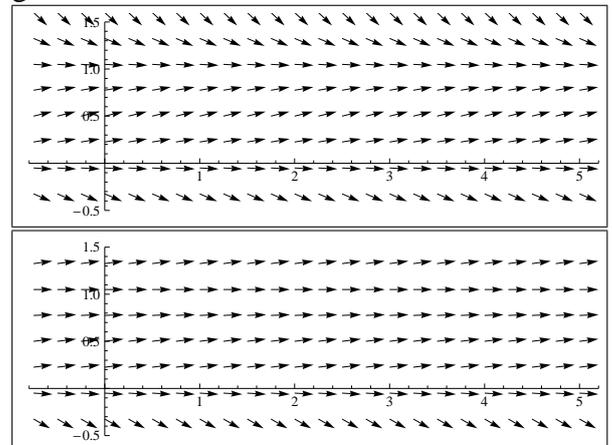
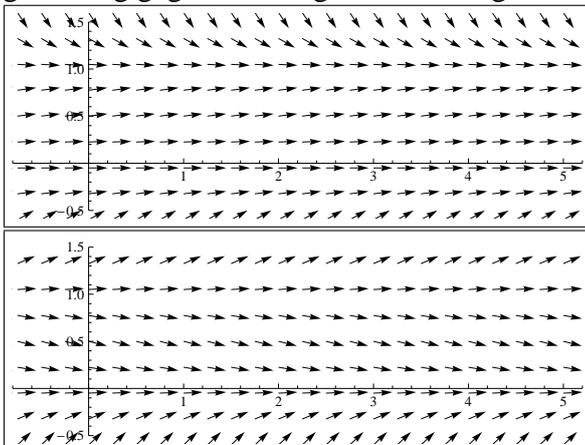
**Aufgabe 2.** \*Wir betrachten die vier Differentialgleichungen

- |                               |                                  |
|-------------------------------|----------------------------------|
| i. $y'(x) = y(x)(1 - y(x)),$  | iii. $y'(x) = y(x)^2(1 - y(x)),$ |
| ii. $y'(x) = y(x)(y(x) - 1),$ | iv. $y'(x) = y(x)(1 - y(x))^2.$  |

Die folgenden Bilder zeigen jeweils einige Lösungen der Differentialgleichungen:



Nun folgen noch Bilder der Richtungsfelder, in denen der Pfeil im Punkte  $(x, y)$  die durch die Differentialgleichung gegebene Tangentialrichtung einer Lösung anzeigt:



Ordnen Sie die Bilder den Differentialgleichungen zu.

\*Für diese Aufgabe gibt es 10 Punkte.

**Aufgabe 3.** Die Position  $h(t)$  eines Apfels zur Zeit  $t$ , der bis zum Zeitpunkt  $t = 0$  auf 3 Meter Höhe hängt und ab  $t = 0$  ohne Reibung vom Baum fällt, erfüllt die DGL

$$mh''(t) = -mg.$$

Mit welcher Geschwindigkeit trifft er den Boden? Es gilt  $g = 9.8 \left[ \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \right]$ .

**Aufgabe 4.** ‡Die Position  $h(t)$  eines Apfels zur Zeit  $t$ , der bis Zeitpunkt  $t = 0$  in einem Heißluftballon auf 3000 Meter Höhe festgehalten wird und anschließend losgelassen wird, erfüllt die DGL

$$mh''(t) = -c h'(t) |h'(t)| - mg.$$

Der Apfel werde als glatte Kugel mit einem Radius von  $r = 0.09$  Metern und einem spezifischen Gewicht (Dichte) von  $1100 \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$  betrachtet. Für eine solche glatte Kugel gilt bei Bewegung in Luft für den Wert von  $c$ :  $c = 0,001 r$ . Mit welcher Geschwindigkeit trifft der Apfel den Boden? Antworten, die weniger als 5% von wahren Wert abweichen, gelten als richtig.

*Erläuterung:* Die Differentialgleichung lässt sich physikalisch interpretieren als

$$\text{beschleunigende Kraft} = \text{Reibungskraft} + \text{Gewichtskraft}.$$

Die Reibungskraft wirkt dabei entgegengesetzt zur Geschwindigkeit und wächst mit dem Quadrat der Geschwindigkeit.

---

‡unbewertete Zusatzaufgabe