Prof. Guido Sweers
Matthias Erven

WS 2008/2009

Gewöhnliche Differentialgleichungen
Übungsblatt 2

Diese Hausaufgaben werden am 23.10.08 um 13:00 Uhr eingesammelt. Bitte schreiben Sie auf Ihre Lösung Ihren Namen und Ihre Gruppennummer und werfen Sie sie in den Briefkasten im Keller des Mathematischen Instituts.

Aufgabe 1. Die Auslenkung u eines Balkens der Länge 1 durch sein eigenes Gewicht erfüllt die Differentialgleichung

$$u'''' = -\frac{1}{10} .$$

Berechnen Sie die Lösung, wenn

1. der Balken eingemauert ist an den Stellen 0 und 1, d.h. die Auslenkung erfüllt die Randbedingungen
$$u(0) = u'(0) = u(1) = u'(1) = 0.$$
2. der Balken an beiden Seiten aufliegt:
$$u(0) = u''(0) = u(1) = u''(1) = 0.$$
3. der Balken ein Sprungbrett im Schwimmbad ist:
$$u(0) = u'(0) = u''(1) = u'''(1) = 0.$$

Aufgabe 2. Benennen Sie den Typ und berechnen Sie alle Lösungen von:

1. $y'(x) = e^{x+y(x)}$;
2. $y'(x) = y(x)^2 - x\,y(x) + 1$;
3. $y'(x) = x\,\left(y(x)^2 - 1\right)$;
4. $y'(x) = y(x) - x^2$;
5. $y'(x) = \dfrac{y(x)^2 + xy(x) + x^2}{x^2}$.

Aufgabe 3. Eine Lösung der Differentialgleichung

$$y'(x) = f(x, y(x))$$

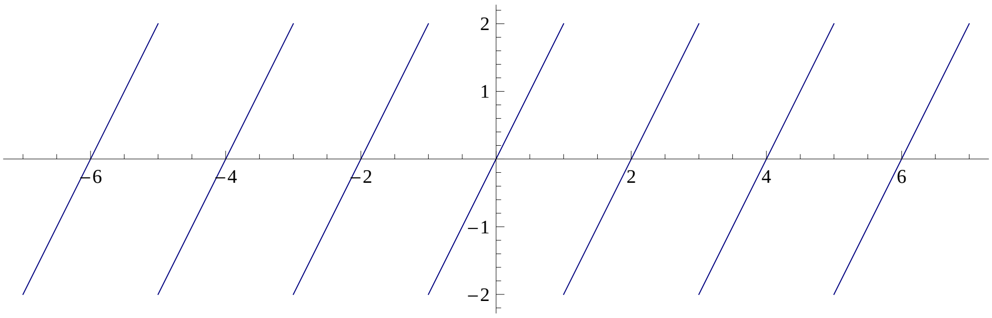
sei nun definiert als eine stetige Funktion von einem Intervall I nach $\mathbb{R}$, für die mit Ausnahme von höchstens endlich vielen Stellen gilt, dass sie differenzierbar ist und die Gleichung erfüllt.
Zeigen Sie, dass die Funktion y sogar stetig differenzierbar ist auf ganz I°, wenn f stetig ist.

(bitte wenden)

Aufgabe 4. Berechnen Sie die Lösung von

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{4}{\pi} \arctan\left(\tan(\frac{\pi}{2}t)\right), \\ x(0) = 0, \end{cases}$$

und fertigen Sie eine Skizze dieser Lösung an.



Eine Skizze zu $t \mapsto \frac{4}{\pi} \arctan\left(\tan(\frac{\pi}{2}t)\right)$.