

Gewöhnliche Differentialgleichungen
Übungsblatt 8

Diese Hausaufgaben werden am 04.12.08 um 13:00 Uhr eingesammelt. Bitte schreiben Sie auf Ihre Lösung Ihren Namen und Ihre Gruppennummer und werfen Sie sie in den Briefkasten im Keller des Mathematischen Instituts.

Aufgabe 1. Beantworten Sie zu den gegebenen Anfangswertproblemen jeweils folgende Fragen:

1. Auf welchen Blöcken $I_1 \times I_2$ (wobei I_1, I_2 Intervalle in \mathbb{R} sind) erfüllt die rechte Seite die Lipschitz-Bedingung (wie in Beispiel 7.4)?
2. Hat das Problem eine eindeutige Lösung?
3. Gilt $t_+ = \infty$ oder $t_+ < \infty$ bzw. $t_- = -\infty$ oder $t_- > -\infty$?

Hinweis: Überlegen Sie jedes Mal, ob Sie rechnen oder denken wollen.

$$\text{a) } \begin{cases} x'(t) = tx(t) \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x'(t) = (x(t))^2 \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x'(t) = \sin((x(t))^2) \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x'(t) = \sqrt[4]{1+t^2+(x(t))^4} \\ x(0) = 0 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} x'(t) = \frac{1}{x(t)} \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} x'(t) = \frac{1}{(x(t))^2} \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

$$\text{g) } \begin{cases} x'(t) = \sqrt[3]{x(t)} \\ x(0) = 0 \end{cases}$$

$$\text{h) } \begin{cases} x'(t) = \sqrt[3]{x(t)} \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

$$\text{i) } \begin{cases} x'(t) = t + (x(t))^3 \\ x(0) = 0 \end{cases}$$

$$\text{j) } \begin{cases} x'(t) = t - (x(t))^3 \\ x(0) = 0 \end{cases}$$