

Funktionentheorie
Übungsblatt 13

Diese Hausaufgaben werden am 10.07.08 um 13:00 Uhr eingesammelt. Bitte schreiben Sie auf Ihre Lösung Ihren Namen und Ihre Gruppennummer und werfen Sie sie in den Briefkasten im Keller des Mathematischen Instituts.

Aufgabe 1. Für $k \in \mathbb{N}$ sei $\alpha_k \in \mathbb{C} \setminus \{-1\}$. Es existiere

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \operatorname{Log}(1 + \alpha_k)$$

in \mathbb{C} . Existiert dann auch

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \operatorname{Log} \left(\prod_{k=0}^n (1 + \alpha_k) \right)?$$

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass gilt:

$$\cos(\pi z) = \prod_{k \in \mathbb{Z}} \left(1 - \frac{z}{k + \frac{1}{2}} \right) \exp \left(\frac{z}{k + \frac{1}{2}} \right)$$

Aufgabe 3. Gibt es eine ganze Funktion, die $\{k, k\}_{k=1}^{\infty}$ als Nullstellenverteilung hat?

Aufgabe 4. Beweisen Sie die *Legendresche Verdoppelungsformel*:

$$\Gamma(2z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} 2^{2z-1} \Gamma(z) \Gamma\left(z + \frac{1}{2}\right)$$

Hinweis: Sollten Sie die Punkte aus diesem Übungsblatt noch zur Klausurzulassung benötigen, dann kennzeichnen Sie Ihre Abgabe bitte deutlich mit einem entsprechenden Vermerk. Sie wird dann bevorzugt korrigiert.