

Gewöhnliche Differentialgleichungen
Übungsblatt 1

Der Abgabeschluss für dieses Blatt ist Donnerstag um 10:00. Die Abgabe der Übungsaufgaben erfolgt ausnahmsweise kurz vor der Vorlesung im großen Hörsaal der Botanik. Für jede Aufgabe kann man **5 Punkte** bekommen. Es wird 12 Übungsblätter geben mit jeweils 20 Punkten. Für die 6-ECTS-Klausur braucht man 90 Punkte aus den ersten 9 Übungsblättern. Für die 9-ECTS-Klausur braucht man 120 Punkte.

Aufgabe 1:

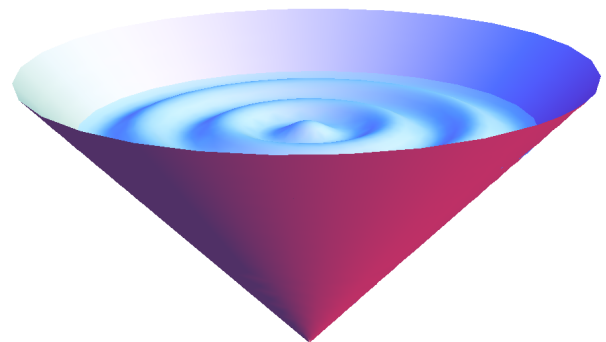
Wie fließt das Wasser aus einem kegelförmigen Behälter? Dieser Behälter hat die Form

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

und wir nehmen an, das Loch ist unten im Kegel und es fließt nach dem Gesetz von Torricelli. Hinweis:

$$\text{vol} \left(\left\{ (x, y, z); \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq h \right\} \right) = \frac{1}{3}\pi h^3.$$

- Geben Sie eine Herleitung der Differentialgleichung an.
- Lösen Sie diese Differentialgleichung.
- Skizzieren Sie die Lösung.



Aufgabe 2: Ein Fallschirmspringer erreicht nach kurzer Zeit eine fast konstante vertikale Geschwindigkeit. Welches Modell würde da am Besten passen:

- $m v'(t) = -mg - c_w v(t)$.
- $m v'(t) = -mg - c_w (v(t))^2$.
- $m v'(t) = -mg - c_w v(t) |v(t)|$.

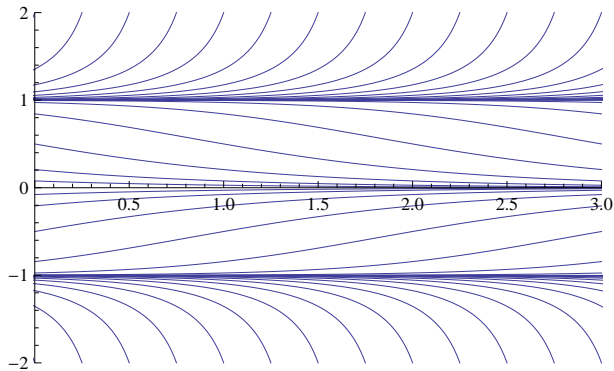
Hier ist m die Masse, v die vertikale Geschwindigkeit und c_w eine Reibungskonstante. $g = 9.81 > 0$ ist die Erdbeschleunigung. Begründen Sie Ihre Wahl.

Aufgabe 3: Berechnen Sie alle Lösungen zu:

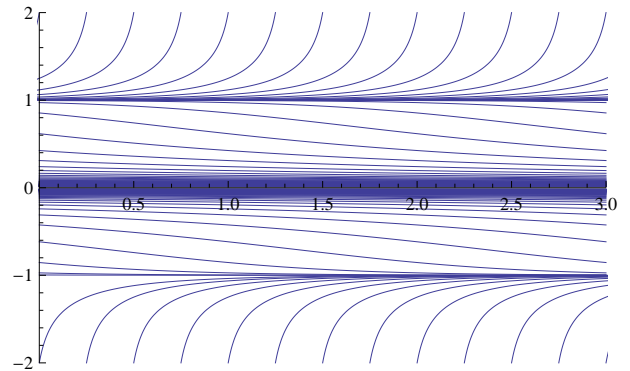
- $x'(t) = x(t) (1 - x(t)^2)$;
- $x'(t) = t (1 - x(t)^2)$;
- $x(t) = t \tan(x'(t))$;
- $t x'(t) + x(t) = t^2$.

Aufgabe 4: Hier finden Sie einige Skizzen von Lösungen zu einer Differentialgleichung. Welche Differentialgleichung gehört zu welchem Bild? Skizzieren Sie das fehlende Bild.

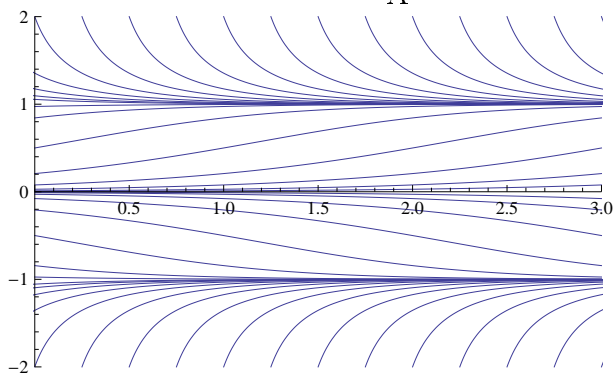
- i. $x'(t) = (1 - x(t)^2) x(t)$, ii. $x'(t) = (x(t)^2 - 1) x(t)$,
 iii. $x'(t) = (1 - x(t)^2) x(t)^2$, iv. $x'(t) = (x(t)^2 - 1) x(t)^2$.



A



B



C

Stuser e.V. hat mich gebeten, die folgende Mitteilung aufzunehmen:

Lebenslauf zu leer? Auf der gemeinnützigen Online-Plattform www.stuser.de könnt ihr euch eine Bestätigung eures sozialen Engagements verdienen, wenn ihr mithilfe Abiturienten online Fragen zu eurem Studiengang zu beantworten. Der Aufwand liegt bei nur 10-30 Minuten im Monat.