

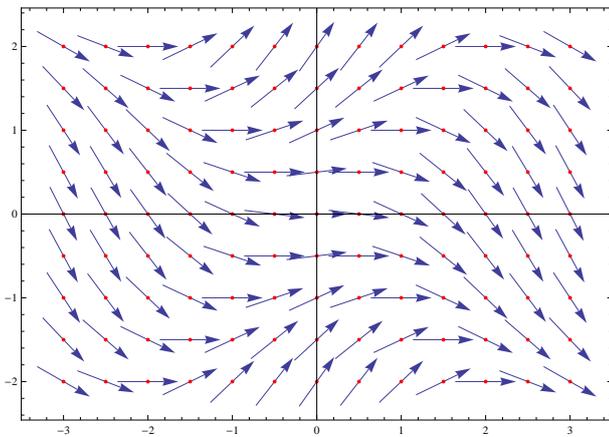
Gewöhnliche Differentialgleichungen  
Übungsblatt 2

Der Abgabeschluss für dieses Blatt ist donnerstags um 10:00. Bitte in die Briefkästen im Inneren des Containers neben der Physik einwerfen, Gebäude 318.

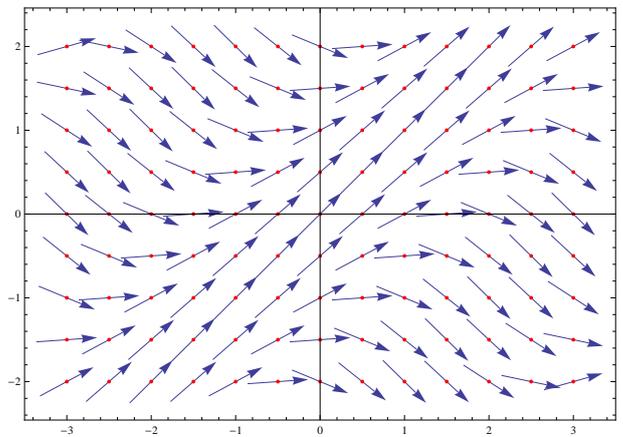
**Aufgabe 1: [5 Pkt.]** Wir betrachten  $y'(x) = f(x, y(x))$  für

- i)  $f(x, y) = y^2 - x^2$ ;
- ii)  $f(x, y) = x + \cos(y)$ ;
- iii)  $f(x, y) = \cos(x - y)$ ;
- iv)  $f(x, y) = \cos(x) - \cos(y)$ .

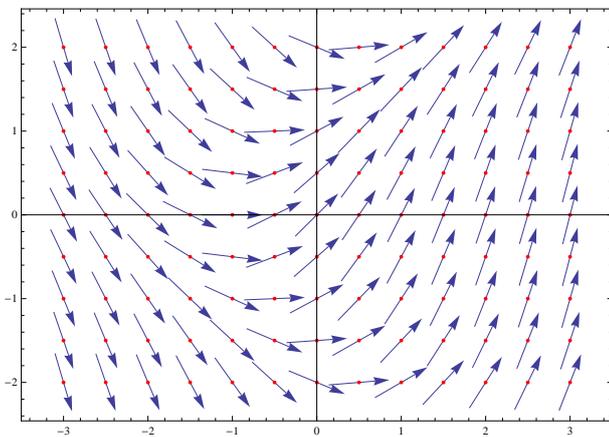
Welches Vektorfeld gehört zu welcher Differentialgleichung?



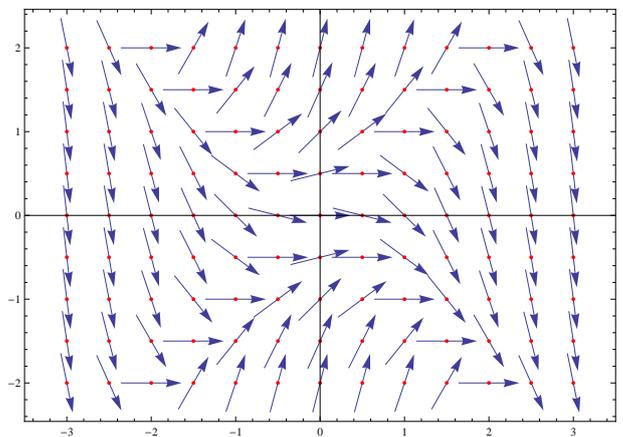
A



B



C

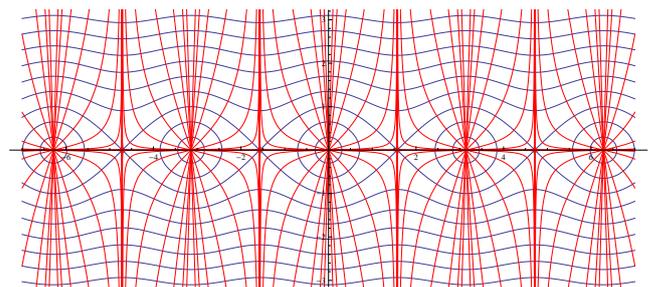


D

**Aufgabe 2: [5 Pkt.]** Berechnen Sie die orthogonalen Trajektorien zu der Kurvenfamilie

$$\{(x, y); y^2 + (\sin x)^2 = c\} \text{ mit } c \in \mathbb{R}^+.$$

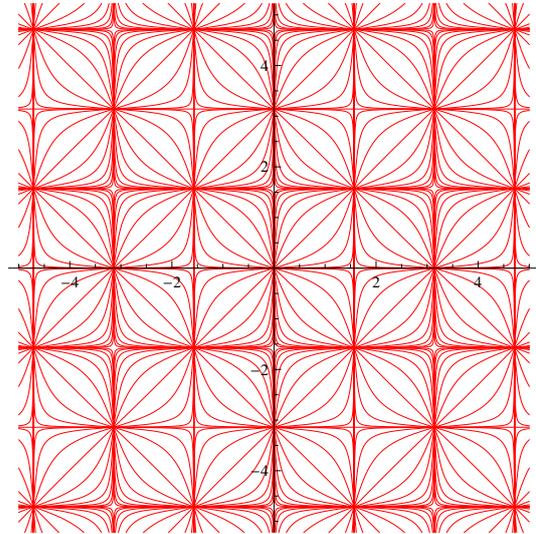
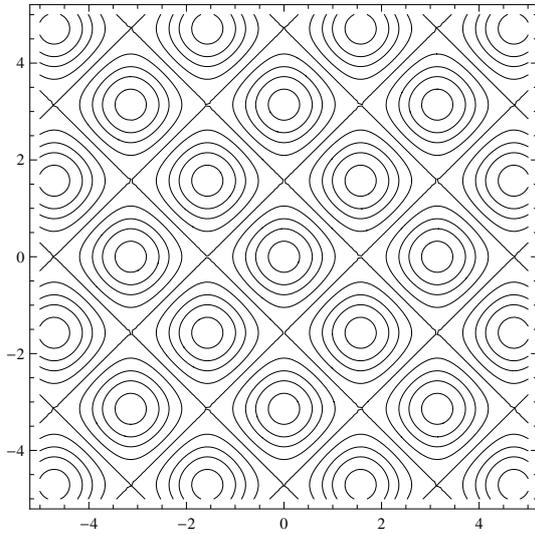
Als Hinweis um alle Kurven zu finden gibt es das nebenstehende Bild.



**Aufgabe 3: [0 Pkt.]** Berechnen Sie die orthogonalen Trajektorien zu der Kurvenfamilie

$$\{(x, y); (\sin y)^2 + (\sin x)^2 = c\} \text{ mit } c \in (0, 2).$$

Die zugehörigen Bilder:



**Aufgabe 4: [5 Pkt.]** Wir betrachten das Anfangswertproblem

$$\begin{cases} u'(t) = e^{u(t)} + t^2, \\ u(0) = 0. \end{cases}$$

- a) Vergleichen Sie die Lösung  $u$  mit einem geschickt gewählten Anfangswertproblem, das man explizit lösen kann, um zu zeigen, dass es  $T^+ \in \mathbb{R}^+$  gibt mit

$$\lim_{t \uparrow T^+} u(t) = \infty.$$

- b) Gilt  $T^+ < 1$ ,  $T^+ = 1$  oder  $T^+ > 1$ ?  
 c) Ist das maximale Existenzintervall auch nach unten beschränkt?

**Aufgabe 5: [5 Pkt.]** Hat dieses Anfangswertproblem eine eindeutige Lösung?

a) 
$$\begin{cases} x'(t) = \sqrt[3]{x(t)^2}, \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} y'(t) = t \sqrt[3]{y(t)^4}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

**Aufgabe 6: [0 Pkt.]** Die gleiche Frage für:

c) 
$$\begin{cases} z'(t) = \sqrt[3]{z(t)} + 1 + t^2, \\ z(0) = 0. \end{cases}$$