

## Gewöhnliche Differentialgleichungen

### Übungsblatt 0

Dieses Übungsblatt ist unbepunktet, muss nicht abgegeben werden und wird in der zweiten Vorlesungswoche besprochen.

**Aufgabe 1:** Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen mit Hilfe einer Substitution:

- (a)  $y'(x) = y(x) \sin(x)$  mit der Substitution  $u(x) = \ln |y(x)|$ ;
- (b)  $z'(x) = z(x)^2 + 1$  mit der Substitution  $v(x) = \arctan(z(x))$ ;
- (c)  $x w'(x) = w(x)$  mit der Substitution  $w(x) = e^{r(x)}$ ;
- (d)  $v'(x) = \sqrt{1 - v(x)^2}$  mit der Substitution  $v(x) = \sin(h(x))$ .

**Aufgabe 2:** Lösen Sie mit Hilfe der Substitution  $u(x) = \frac{y(x)}{1 + y(x)^2}$  das Anfangswertproblem

$$\begin{cases} 2(x^2 + 1)y'(x)(1 - y(x)^2) = -\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}(1 + y(x)^2)^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

In welchem Sinne ist die Differentialgleichung bei  $x = 0$  zu verstehen?

**Aufgabe 3:** Von welchem Typ sind die folgenden Differentialgleichungen?

- (a)  $a'(x)a(x)(x^2 + 1) = e^x$ ;
- (b)  $b'(x) + b(x) + (x^2 + 1) = e^x$ ;
- (c)  $c'(x) + x + (c(x)^2 + 1) = e^x$ ;
- (d)  $d'(x)(x^2 + 1) = e^{x+d(x)}$ .

Geben Sie auch die zugehörigen Lösungsansätze an.

**Aufgabe 4:** Sind die folgenden Differentialgleichungen trennbar?

- (a)  $x'(t) = \exp(tx(t))$
- (b)  $x'(t) = \exp(t + x(t))$
- (c)  $x'(t) = x^2 + t^2$
- (d)  $x'(t) = \ln(x(t)) - tx(t)$